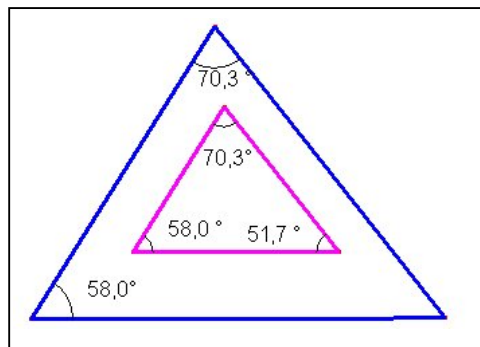
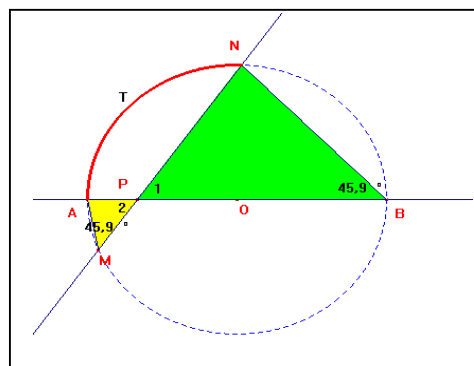
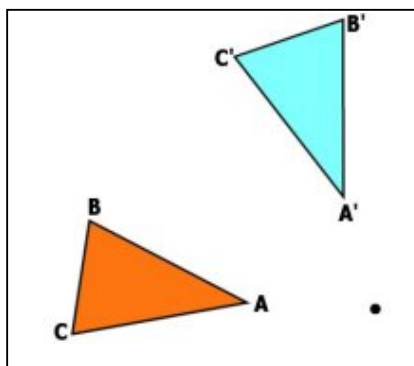


Mathématique
4^{ème} secondaire

séquence :
Culture, société et technique

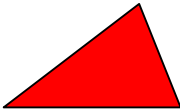
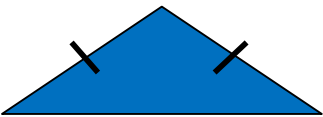
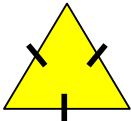
Figures
isométriques et semblables



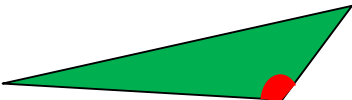



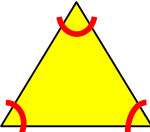
nom : _____
groupe : _____

1. Classification des triangles

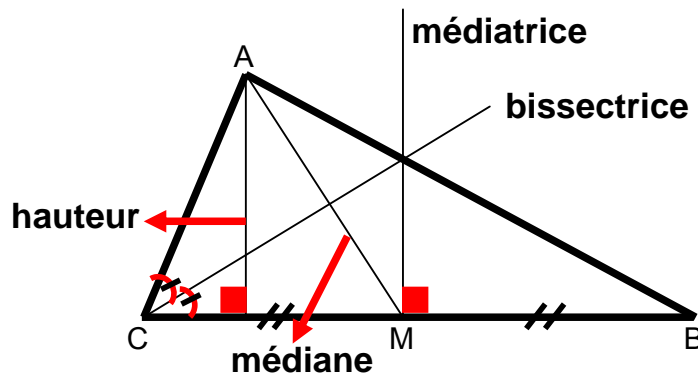
➤ Selon les côtés :

Illustration	Particularité	Nom
	Aucun côté isométrique	Scalène
	Deux côtés isométriques	Isocèle
	Trois côtés isométriques	Équilatéral

➤ Selon les angles :

Illustration	Particularité	Nom
	Un angle obtus	Obtusangle
	Trois angles aigus	Acutangle
	Un angle droit	Rectangle
	Deux angles isométriques	Isoangle
	Trois angles isométriques	Équiangle

Les lignes remarquables dans un triangle



Définition :

Bissectrice : demi-droite qui partage un angle en deux angles congrus.

Médiane : segment qui joint un sommet du triangle au milieu du côté opposé.

Médiatrice : perpendiculaire élevée sur le milieu du côté d'un triangle.

Hauteur : perpendiculaire abaissée d'un sommet sur le côté opposé ou sur son prolongement.

2. Propriétés des quadrilatères


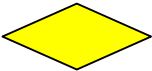

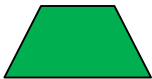




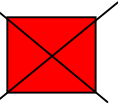

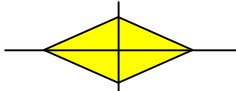
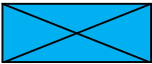
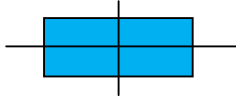
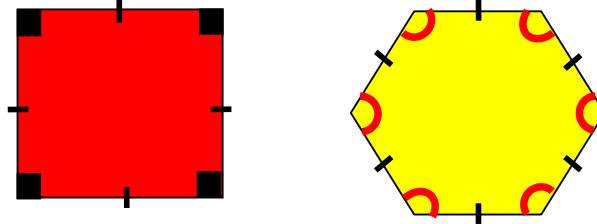
Illustration	Nom	Côtés	Angles
	Carré	<ul style="list-style-type: none"> côtés opposés parallèles 4 côtés isométriques 	<ul style="list-style-type: none"> 4 angles droits
	Losange	<ul style="list-style-type: none"> côtés opposés parallèles 4 côtés isométriques 	<ul style="list-style-type: none"> Angles opposés isométriques Angles consécutifs supplémentaires
	Rectangle	<ul style="list-style-type: none"> côtés opposés parallèles côtés opposés isométriques 	<ul style="list-style-type: none"> 4 angles droits
	Trapèze isocèle	<ul style="list-style-type: none"> une paire de côtés opposés parallèles 2 côtés isométriques 	<ul style="list-style-type: none"> 2 paires d'angles isométriques
	Trapèze rectangle	<ul style="list-style-type: none"> une paire de côtés opposés parallèles 	<ul style="list-style-type: none"> 2 angles droits
	Trapèze	<ul style="list-style-type: none"> une paire de côtés opposés parallèles 	
	Parallélogramme	<ul style="list-style-type: none"> côtés opposés parallèles côtés opposés isométriques 	<ul style="list-style-type: none"> Angles opposés isométriques Angles consécutifs supplémentaires

Illustration	Nom	Diagonales	Axe(s) de symétrie
	Carré	<ul style="list-style-type: none"> isométriques perpendiculaires se coupent en leur milieu 	
	Losange	<ul style="list-style-type: none"> perpendiculaires se coupent en leur milieu 	
	Rectangle	<ul style="list-style-type: none"> se coupent en leur milieu 	

Polygones réguliers

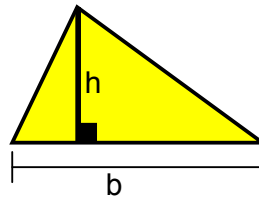
Un polygone est régulier si tous ses côtés sont isométriques et tous ses angles sont isométriques :

Ex :



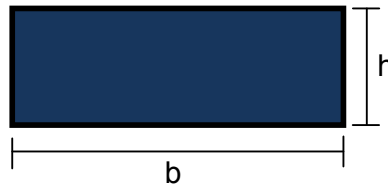
4. Aire des figures

Triangle :



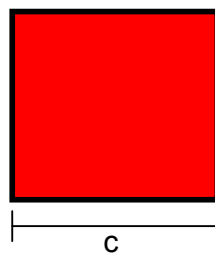
$$A_{triangle} = \frac{b \times h}{2}$$

Rectangle :



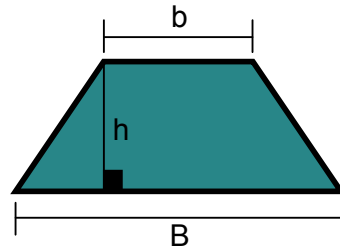
$$A_{rectangle} = b \times h$$

Carré :



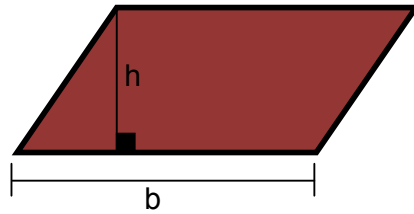
$$A_{carré} = c^2$$

Trapèze :



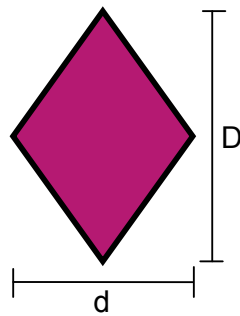
$$A_{\text{trapèze}} = \frac{(B+b) \times h}{2}$$

Parallélogramme :



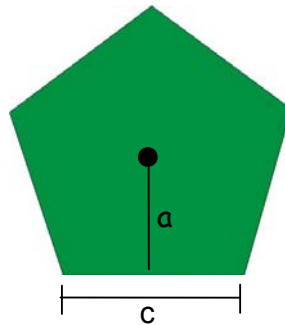
$$A_{\text{parallélogramme}} = b \times h$$

Losange :



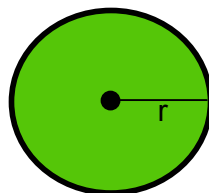
$$A_{\text{losange}} = \frac{D \times d}{2}$$

Polygone régulier :



$$A_{\text{polygone régulière}} = \frac{c \times a \times n}{2}$$

Disque :

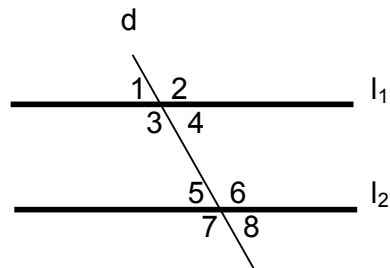


$$A_{\text{disque}} = \pi r^2$$

5. Énoncés mathématiques :

Énoncé 1 :

Lorsqu'une sécante coupe deux droites parallèles :



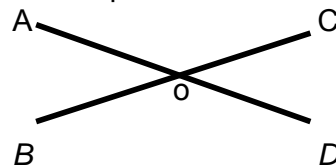
- les angles alternes-internes sont isométriques :

- les angles alternes-externes sont isométriques :

- les angles correspondants sont isométriques :

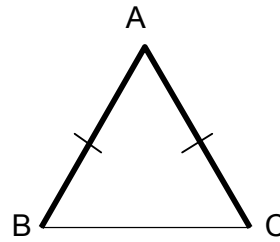
Énoncé 2 :

Si des angles sont opposés par le sommet, alors ils sont isométriques.



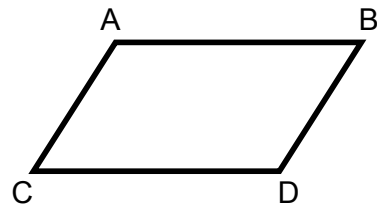
Énoncé 3 :

Si un triangle est isocèle, alors les angles opposés aux côtés isométriques sont isométriques.



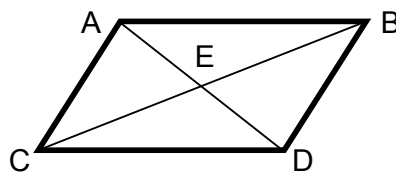
Énoncé 4 :

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont isométriques et ses angles opposés sont isométriques.



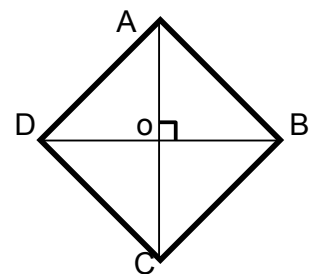
Énoncé 5 :

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses diagonales se coupent en leur milieu.



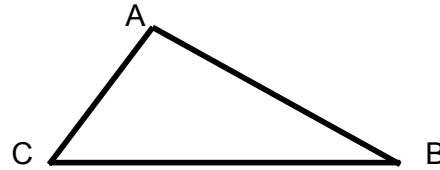
Énoncé 6 :

Les diagonales d'un losange sont perpendiculaires.



Énoncé 7 :

La somme des angles intérieurs d'un triangle est de 180° .



Énoncé 8 :

Deux droites perpendiculaires à une troisième sont parallèles entre elles.

Hypothèse : _____

Conclusion: _____

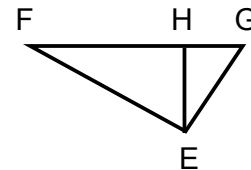
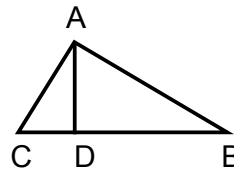


Énoncé 9 :

Si des figures sont isométriques alors les éléments homologues sont isométriques.

Hypothèse : _____

Conclusion: _____



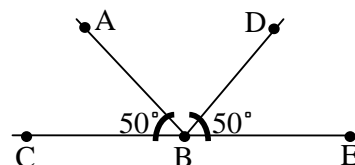
Énoncé 10 :

Deux quantités égales à une même troisième quantité sont égales entre-elles.

→ Transitivité

Hypothèse : _____

Conclusion : _____



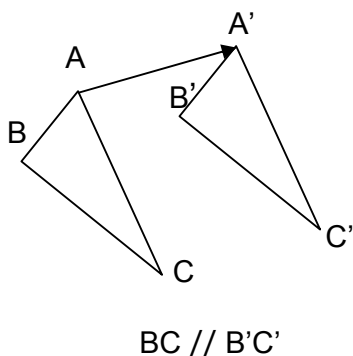
6. Isométries

Les translations, les rotations et les réflexions sont des transformations géométriques, appelées **isométries**, qui préservent la mesure des angles et des segments.

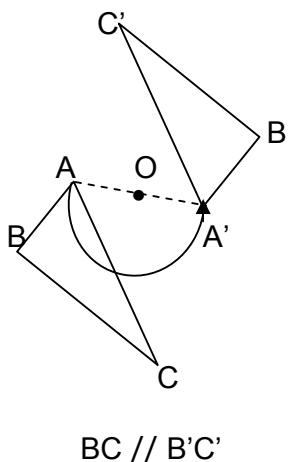
Les translations et les rotations de 180° ont de plus la propriété d'appliquer toute droite sur une droite qui lui est parallèle.

Ex :

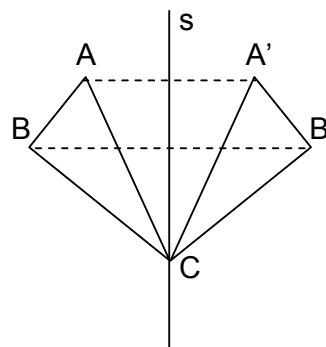
1) Translation
de A vers A'



2) Rotation de 180°
autour du centre O



3) Réflexion selon l'axe
de réflexion S



Les isométries engendrent des figures isométriques :

$$\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$$

s'il existe une _____ ou une suite _____ qui applique le triangle ABC sur le triangle A'B'C'.

Tous les _____ et tous les _____ homologues de ces figures ont la même mesure ou sont isométriques.

Éléments homologues : Suite à une transformation géométrique, ce sont les éléments qui se correspondent dans les 2 figures.

Symbole : **isométrique :** \cong

7. Raisonnement déductif

En géométrie, il existe divers types d'énoncés qui permettent de structurer un raisonnement déductif.

Conjecture : Énoncé considéré comme vrai mais qui n'a jamais été démontré.

Théorème : Une conjecture démontrée

Contre-exemple :

Un raisonnement logique qui permet d'établir des affirmations à partir de propriétés précédemment établies ou admises.

Démonstration :

Un raisonnement logique qui permet d'établir des affirmations à partir de propriétés précédemment établies ou admises.

Lors d'une démonstration, nous devons poser une ou des hypothèse(s) et une conclusion.

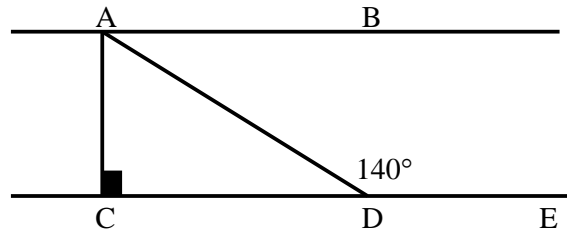
- Hypothèses : Ce sont les propriétés précédemment établies ou admises.
- Conclusion : C'est l'annonce de ce qu'il faut démontrer.

Nous devons également structurer notre preuve à partir d'affirmations. Chaque affirmation émise doit être justifiée.

- Affirmation : Ce sur quoi est basée la démonstration.
- Justification : Énoncé qui appuie l'affirmation.

Exemple :

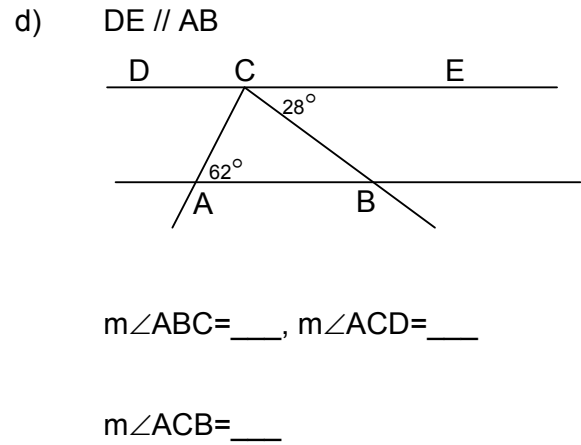
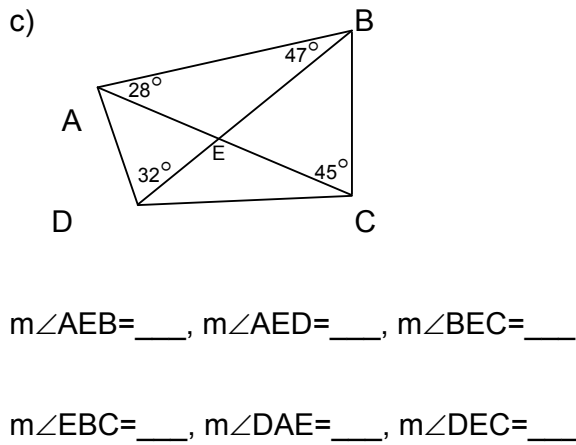
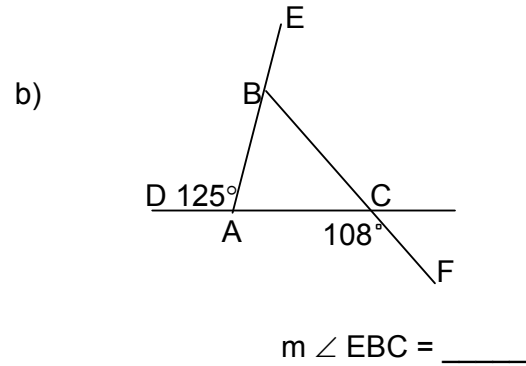
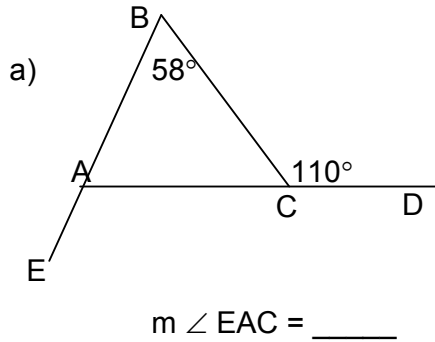
Dans la figure ci-dessous, $AB \parallel CD$ et $AC \perp CD$. Démontrez que la mesure de l'angle CAD égale à 50° , sachant que la mesure de l'angle $ADE = 140^\circ$.



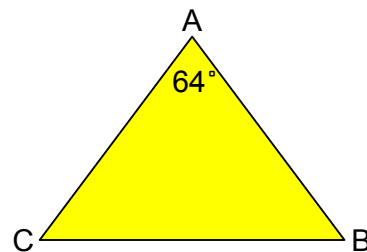
Affirmation	Justification
1. $m \angle CDA =$ _____	_____
2. $m \angle CAD =$ _____	_____

Exercice :

1. Trouve la mesure des angles selon la figure donnée :



2. L'angle compris entre les côtés isométriques d'un triangle isocèle mesure 64° . Quelle est la valeur de chacun des deux autres angles ?



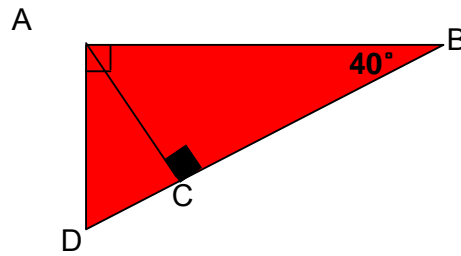
Réponse : $\underline{\hspace{2cm}}^\circ$

3. Si $\angle DAB$ et $\angle ACB$ sont droits, trouve :

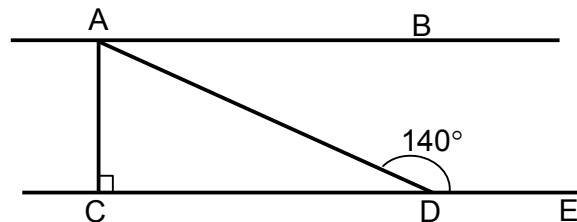
$m \angle ADC = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$

$m \angle CAB = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$

$m \angle DAC = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$



4. Dans la figure ci-dessous, $AB \parallel CD$ et $AC \perp CD$. On recherche la mesure de $\angle BAD$ sachant que $m \angle ADE = 140^\circ$



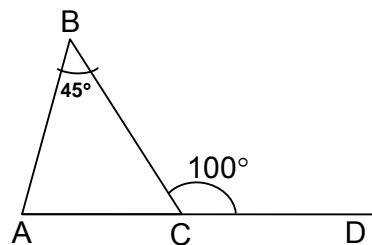
Affirmations

Justifications

$m \angle CDA = \underline{\hspace{2cm}}$ _____

$m \angle BAD = \underline{\hspace{2cm}}$ _____

5. Dans la figure ci-dessous, l'angle B mesure 45° et l'angle BCD mesure 100° .
On veut déterminer la mesure de $\angle A$.



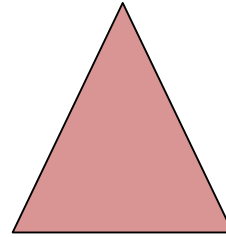
Affirmations

Justifications

$m \angle ACB = \underline{\hspace{2cm}}$ _____

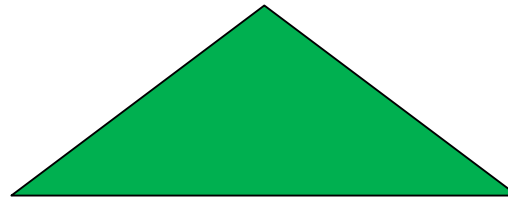
$m \angle A = \underline{\hspace{2cm}}$ _____

6. Le périmètre d'un triangle isocèle mesure 68 cm et le côté compris entre les côtés isométriques mesure 20 cm. Quelle est la mesure de chacun des côtés isométriques ?



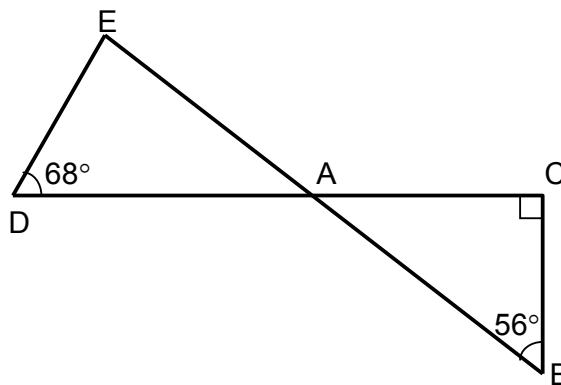
réponse : _____ cm

7. Les côtés isométriques d'un triangle isocèle sont \overline{AB} et \overline{AC} . Quels sont les angles isométriques ?



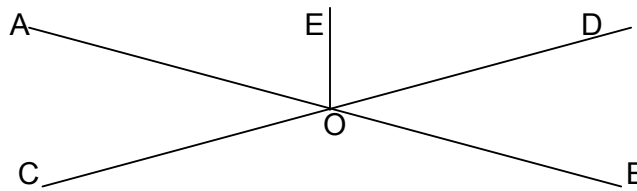
réponse : \angle ___ et \angle ___

8. Dans la figure ci-dessous, l'angle C est droit et la mesure de l'angle D est 68° . De plus \overline{BE} et \overline{CD} se coupe en A. Si la mesure de l'angle B est de 56° , quelle est la mesure de l'angle E ?



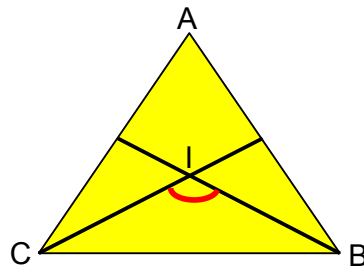
Affirmations	Justifications
_____	_____
_____	_____
_____	_____

9. Dans cette figure, $\angle AOC$ est opposé par le sommet à $\angle BOD$ et OE est la bissectrice de $\angle AOD$. L'angle AOC mesure 50° . Trouve la mesure de $\angle EOB$.



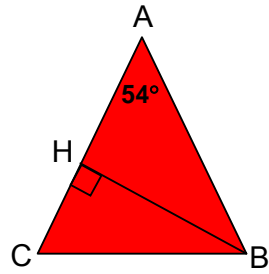
Affirmations	Justifications
<hr/>	<hr/>
<hr/>	<hr/>
<hr/>	<hr/>
<hr/>	<hr/>

10. ABC est un triangle équilatéral. Les bissectrices des angles B et C se coupent en un point I. Quelle est la mesure de $\angle BIC$?



Affirmations	Justifications
<hr/>	<hr/>
<hr/>	<hr/>
<hr/>	<hr/>

11. ABC est un triangle isocèle de sommet principal A . \overline{BH} est la hauteur relative au côté \overline{AC} . Si $m \angle A = 54^\circ$, détermine $m \angle HBC$.



Affirmations

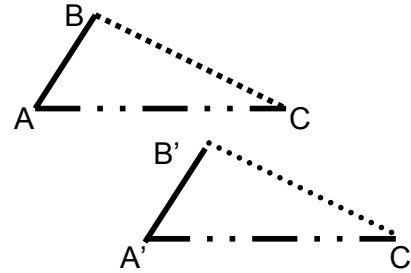
Justifications

Les triangles isométriques

Les énoncés 1, 2 et 3 présentent les **conditions minimales** pour avoir des triangles isométriques .

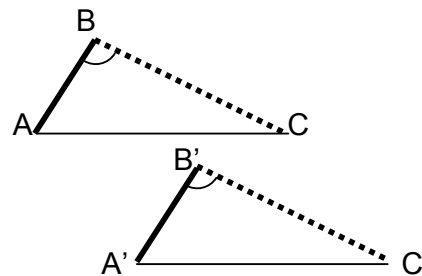
Énoncé 1 :

Deux triangles qui ont tous leurs côtés homologues isométriques sont nécessairement isométriques. C-C-C



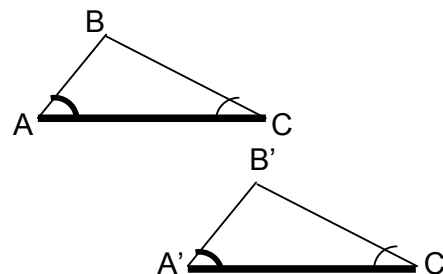
Énoncé 2 :

Deux triangles qui ont un angle isométrique compris entre des côtés homologues isométriques sont nécessairement isométriques. C-A-C

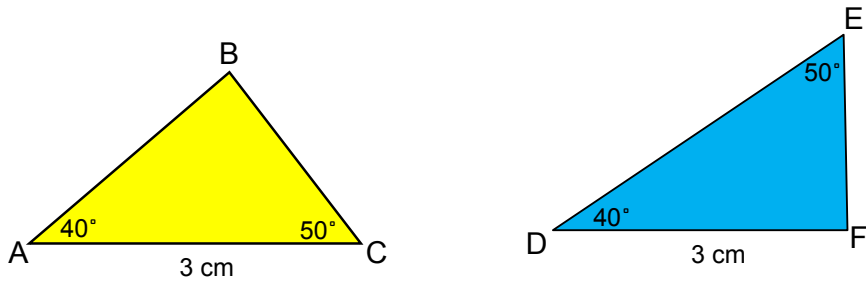


Énoncé 3 :

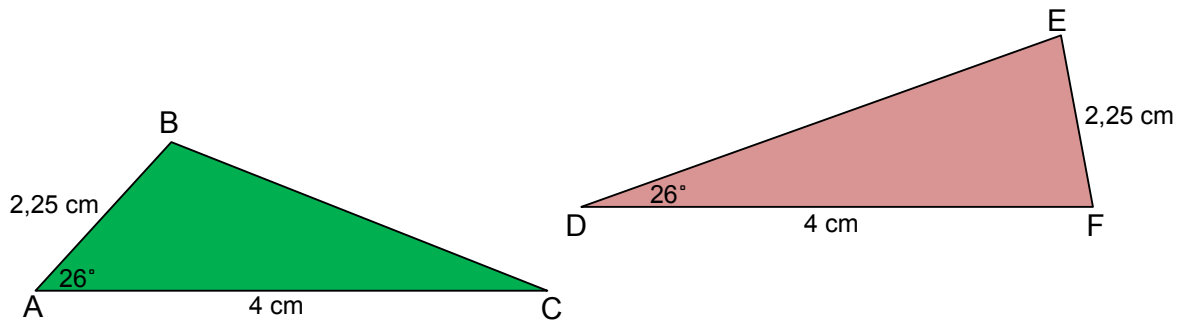
Deux triangles qui ont un côté isométrique compris entre des angles homologues isométriques sont nécessairement isométriques. A-C-A



Pourquoi que ces deux triangles ne sont pas isométriques?



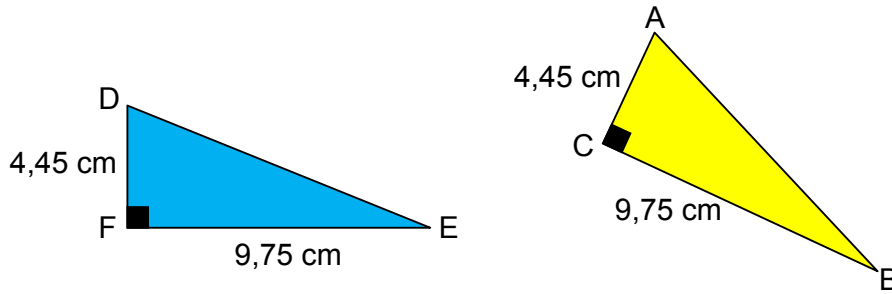
Pourquoi que ces deux triangles ne sont pas isométriques?



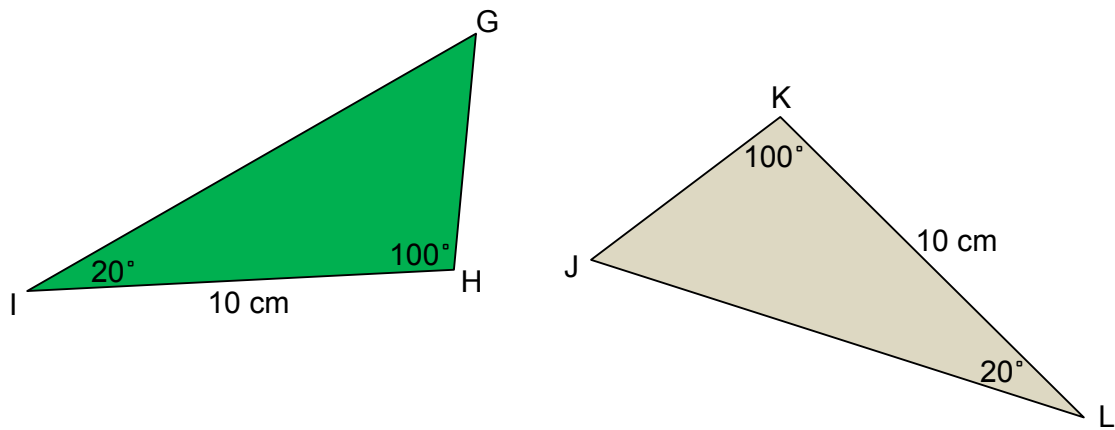
Exercices :

1. Quel énoncé géométrique permet d'affirmer que les deux triangles sont isométriques.

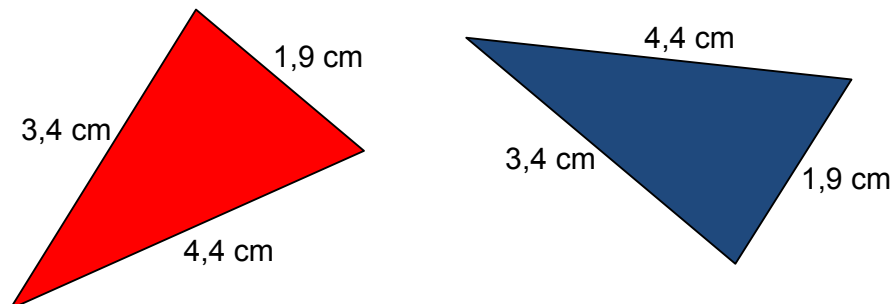
a)



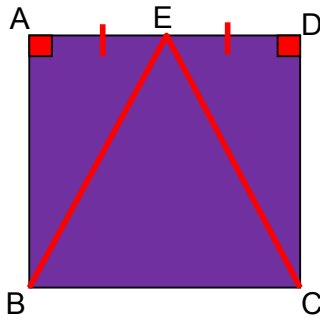
b)



c)



2. Dans le carré ci-dessous, nous avons relié le point milieu E du segment AD aux deux sommets B et C. Démontre que les triangles ABE et DCE sont isométriques.

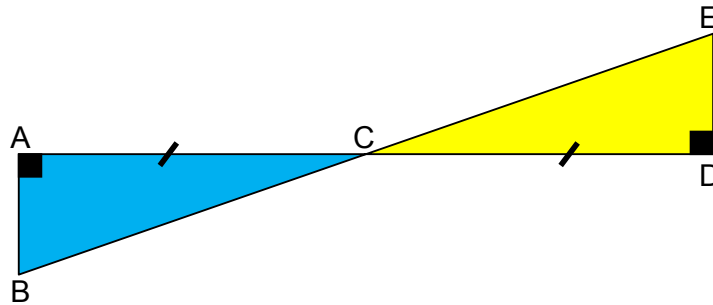


Affirmations

Justifications

1. _____
2. _____
3. _____
4. _____

3. Dans la figure ci-dessous, les segments AD et BE se croisent au point C. De plus C est au milieu de \overline{AD} . Montre que les triangles ABC et CDE sont isométriques.

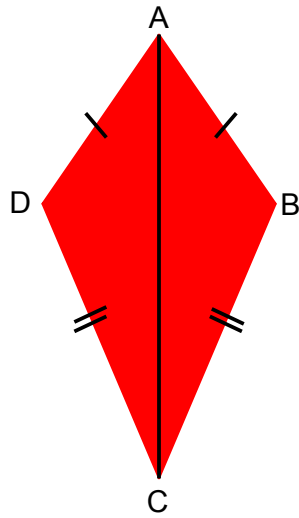


Affirmations

Justifications

1. _____
2. _____
3. _____
4. _____

4. Sachant que dans un cerf-volant, les côtés adjacents sont isométriques deux à deux. Démontre que la diagonale AC du cerf-volant ABCD ci-dessous détermine deux triangles isométriques.

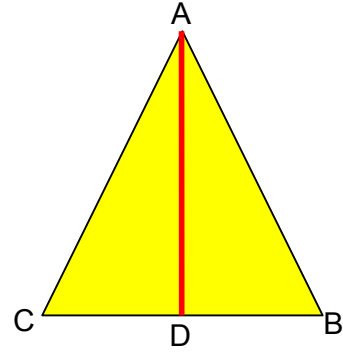


Affirmations	Justifications
1. _____	_____
2. _____	_____
3. _____	_____
4. _____	_____

5. Dans le triangle isocèle ABC (où les côtés \overline{AB} et \overline{AC} sont isométriques), \overline{AD} est la bissectrice de l'angle CAB. Démontrer que les triangles ADC et ADB sont isométriques.

Hypothèses : _____

Conclusion : _____



Affirmation

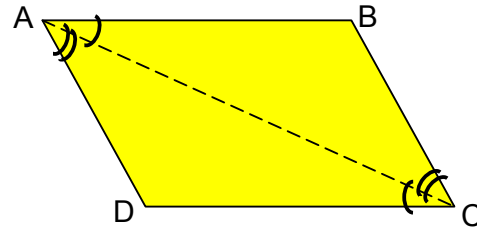
Justification

- | | | |
|----|-------|-------|
| 1. | _____ | _____ |
| 2. | _____ | _____ |
| 3. | _____ | _____ |
| 4. | _____ | _____ |

6. Démontre que les côtés opposés d'un parallélogramme sont isométriques.

Hypothèses : _____

Conclusion : _____



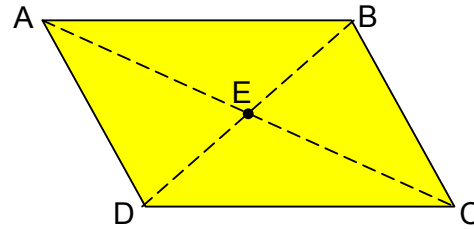
Construction : On trace la diagonale AC du parallélogramme ABCD.

Affirmation	Justification
1. _____	_____
2. _____	_____
3. _____	_____
4. _____	_____
5. _____	_____

7. Démontre que les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.

Hypothèses : _____

Conclusion : _____



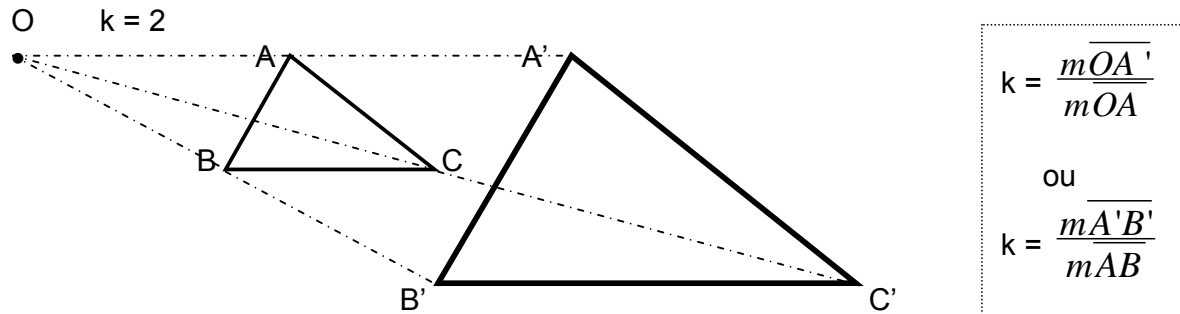
Construction : On trace la diagonale AC du parallélogramme ABCD.

Affirmation	Justification
1. _____	_____
2. _____	_____
3. _____	_____
4. _____	_____
5. _____	_____

9. Homothétie

Une **homothétie** est une transformation géométrique définie par **son centre** et par **son rapport d'homothétie k**. Appliquée sur une figure, elle produit une image qui correspond à un agrandissement de la figure initiale (si $k > 1$) ou à une réduction de celle-ci (si $0 < k < 1$).

Ex : Une homothétie de centre O et dont la rapport d'homothétie est 2.



Les homothéties engendrent des figures semblables :

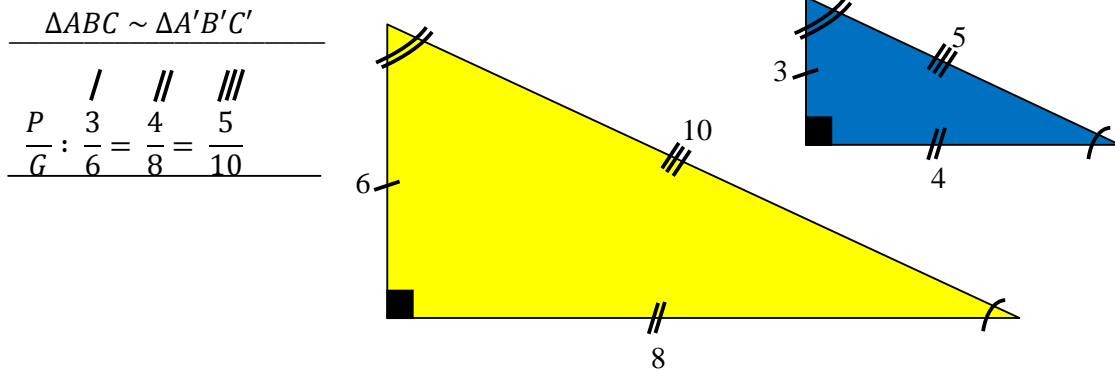
$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

s'il existe une _____, une _____ ou une suite d'_____ ou d'_____ qui applique le triangle ABC sur le triangle A'B'C'.

Tous les _____ homologues sont isométriques et les _____ homologues sont de longueurs _____.

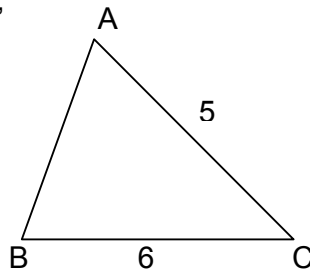
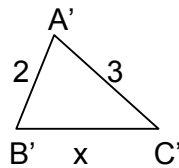
10. Les triangles semblables

Dans des figures ou des solides semblables, les mesures des segments homologues (côtés, diagonales, hauteurs, médianes, médiatrices, apothèmes...) sont proportionnelles (rapport égal au rapport de similitude). Les angles sont isométriques.



Dans des triangles semblables, les **côtés opposés aux angles isométriques** sont **homologues**.

Ex. : Comme $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$, nous pouvons trouver la mesure de $\overline{B'C'}$:



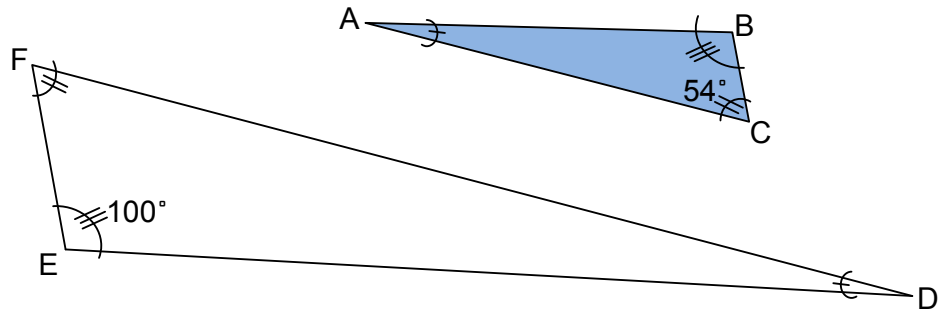
$$\frac{P}{G} : \text{---} = \frac{\overline{mB'C'}}{\text{---}}$$

Réponse : $\overline{mB'C'} = \text{---}$

Exercices :

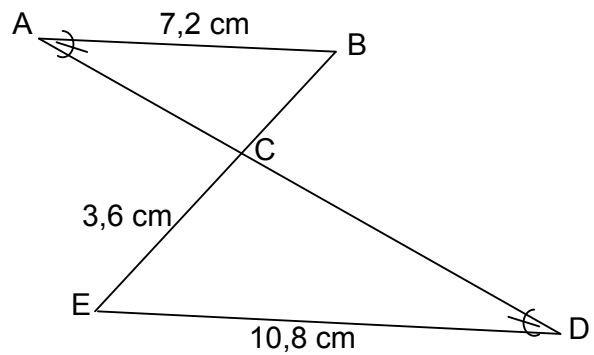
1. Chaque paire de triangles sont semblables, vous devez trouver :

a) La mesure de l'angle A :



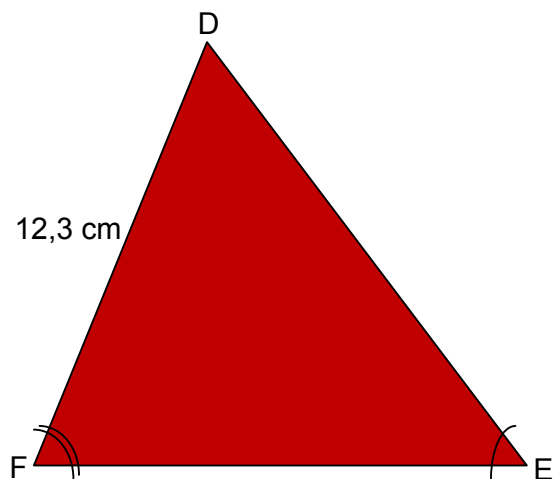
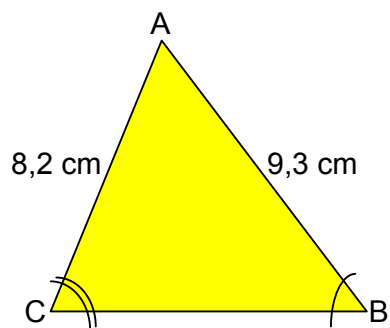
Réponse : _____

b) La mesure de \overline{BC} :



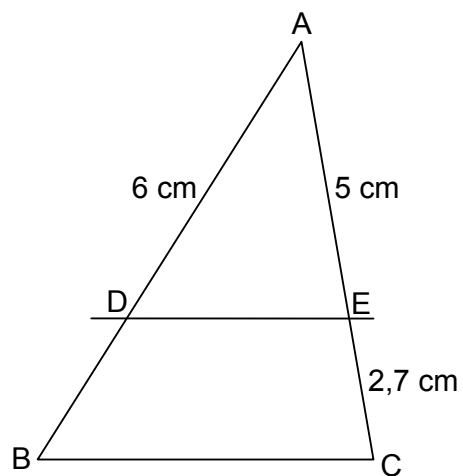
Réponse : _____

c) La mesure de \overline{DE} :



Réponse : _____

d) Si $\overline{DE} // \overline{BC}$, quelle est la mesure de \overline{AB} ?

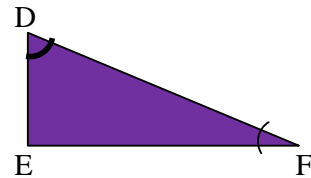
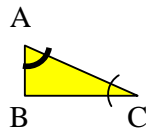


Réponse : _____

Les énoncés 1, 2 et 3 sont les **conditions minimales** pour avoir des **triangles semblables** .

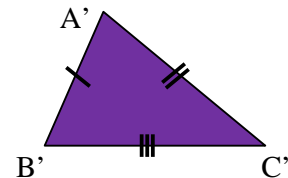
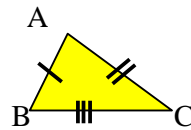
Énoncé 1 :

Deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables (A-A).



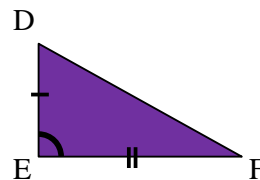
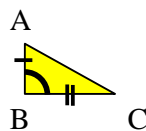
Énoncé 2 :

Deux triangles dont les mesures des côtés homologues sont proportionnelles sont semblables (C-C-C).



Énoncé 3 :

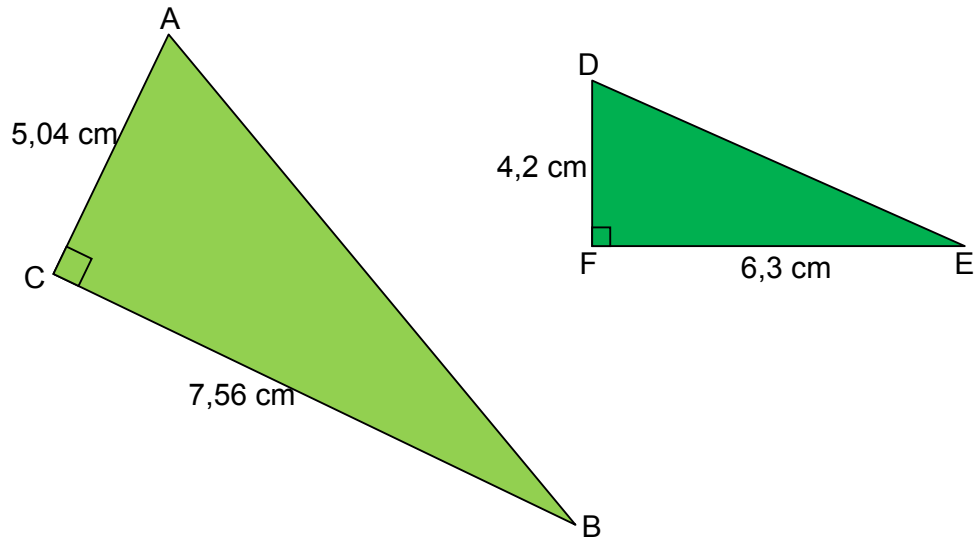
Deux triangles possédant un angle isométrique compris entre des côtés homologues de longueurs proportionnelles sont semblables (C-A-C).



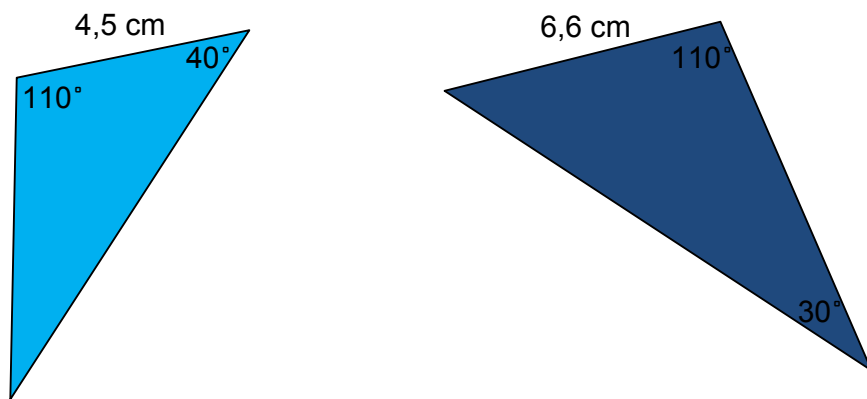
Exercices :

1. Quel énoncé permet d'affirmer que les deux triangles sont semblables?

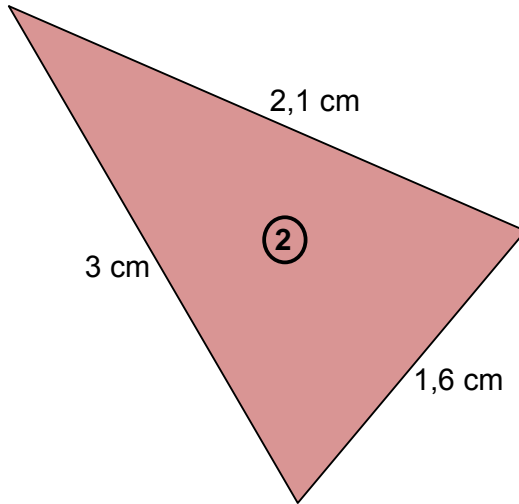
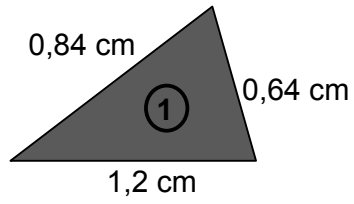
a)



b)

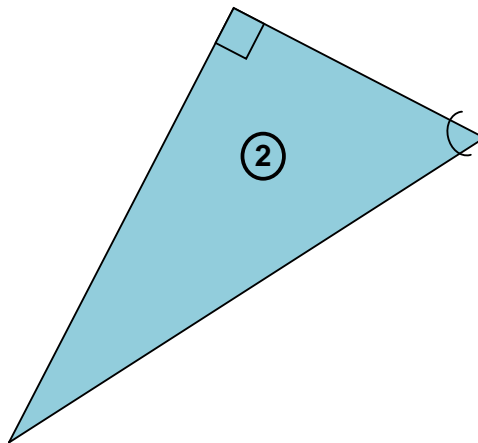
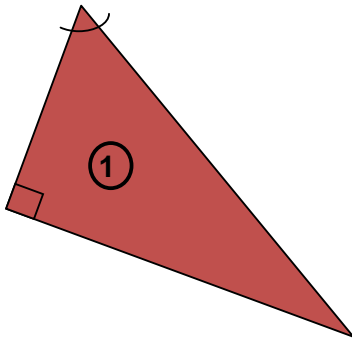


c)

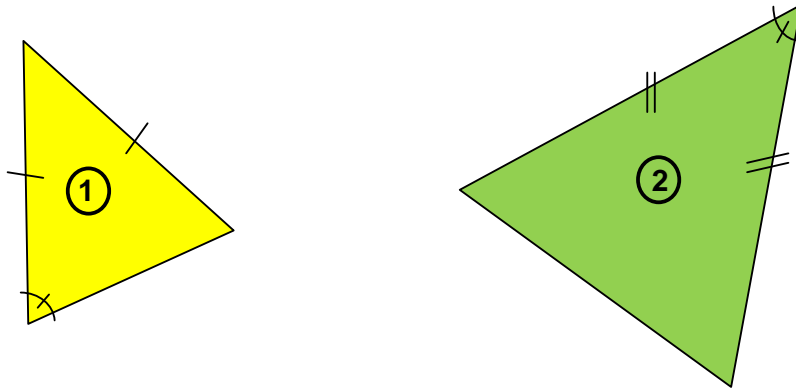


2. Pour chaque paire de triangles, indiquez celles dont les triangles sont nécessairement semblables et par quel énoncé.

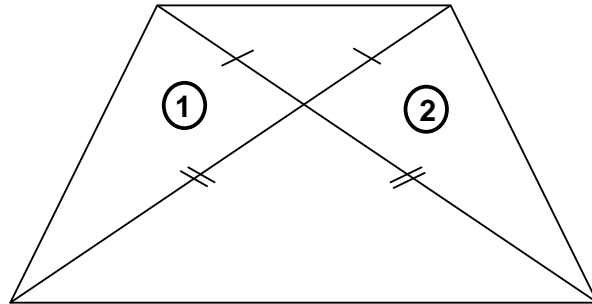
a)



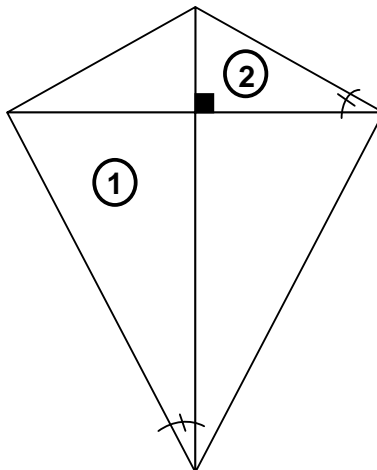
b)



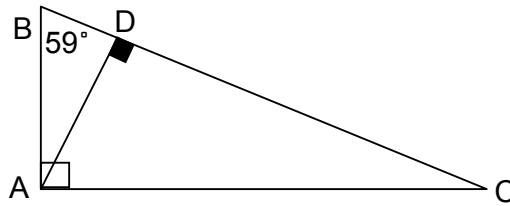
c)



d)



3. Dans la figure ci-dessous, le triangle ABC est rectangle en A et \overline{AD} est une hauteur. La mesure de l'angle B est de 59° . Prouve que les triangles ABC et ADC sont semblables.

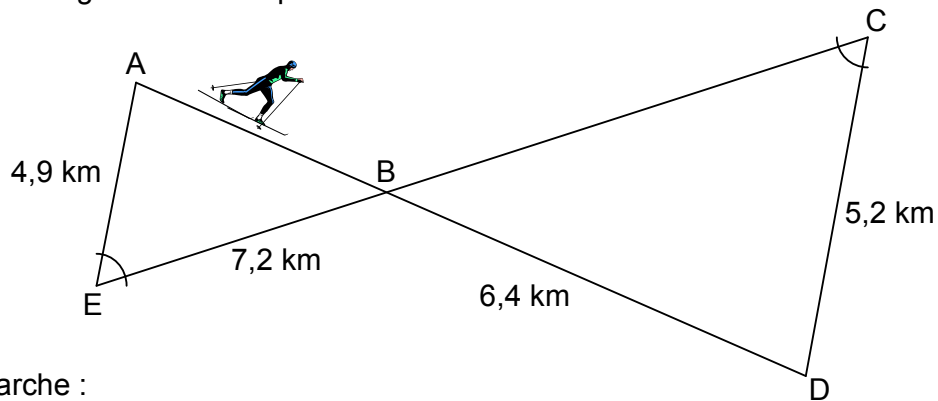


Affirmation

Justification

1. _____
2. _____
3. _____

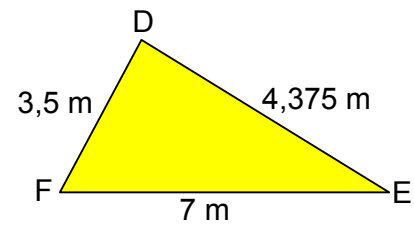
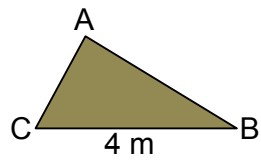
4. La piste de ski de fond illustrée ci-contre est formée de deux triangles semblables. Calcule la longueur de cette piste aux centièmes de kilomètre.



Démarche :

Réponse : _____ km

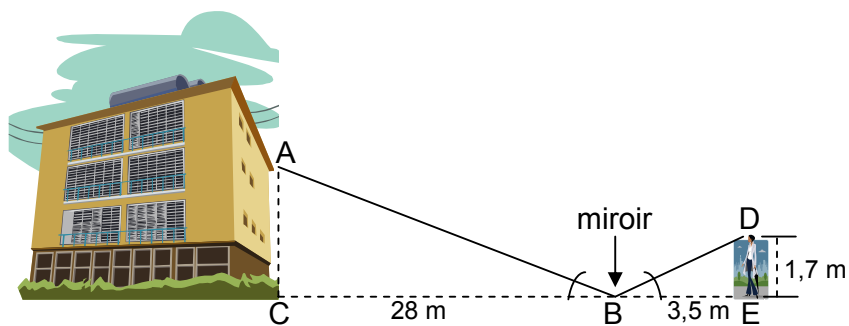
5. Sachant que $\triangle ABC$ et $\triangle DEF$ sont semblables, trouve le périmètre de $\triangle ABC$:



Démarche :

Réponse : _____

6. Quelle est la hauteur de l'immeuble?



Réponse : _____