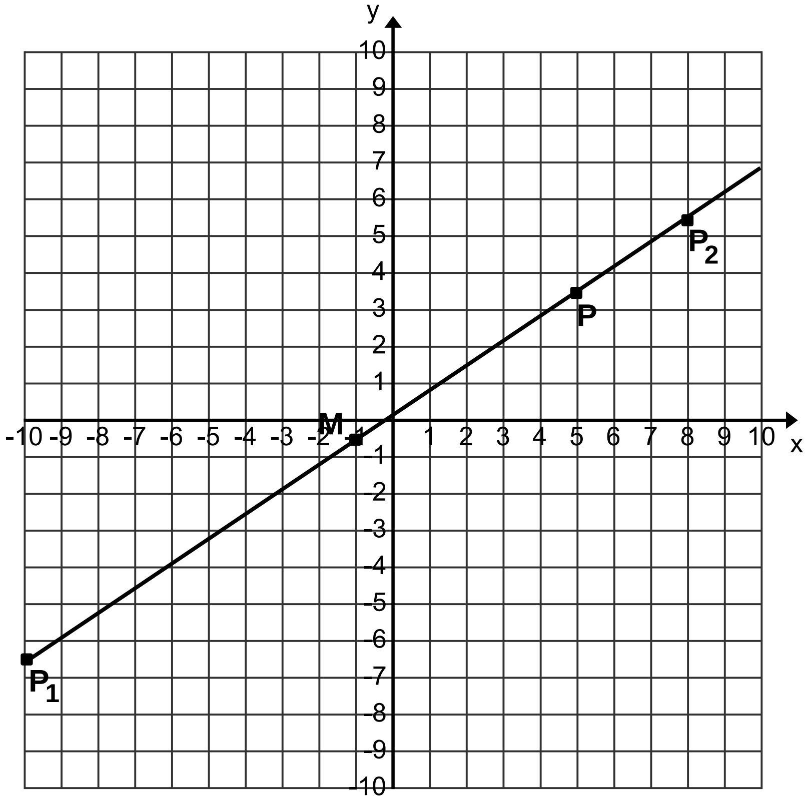
Mathématique : Culture, Société et Technique
$4^{ème}$ secondaire

Géométrie analytique de la droite:

- Distance entre 2 points
- Point milieu
- Point partage
- Équation d'une droite

y = ax + b



nom : ______________________________________

groupe : ______

Dans ce module, les figures ne sont pas nécessairement à l'échelle.
Quelques situations d'application s'inspirent des prototypes publiés par le MELS en 2009 et en 2010.

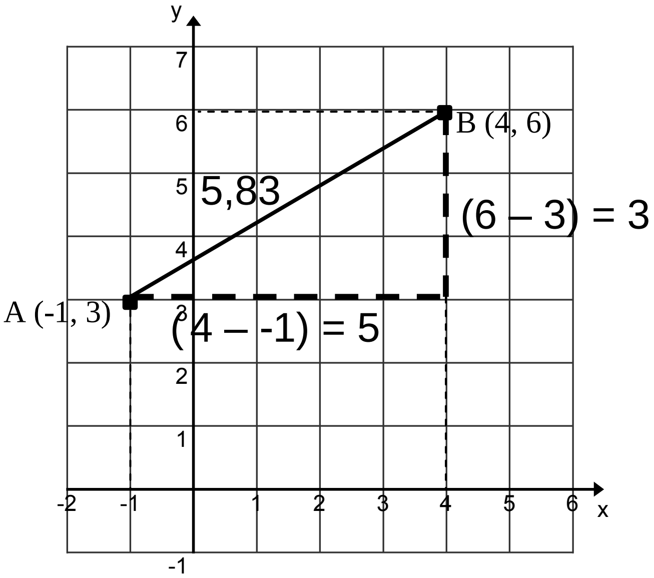
1. Distance entre deux points

Pour trouver la distance entre $P_1(x_1, y_1)$ et $P_2(x_2, y_2)$, applique la formule suivante :

$$\boxed{d(P_1, P_2) = \sqrt{\left((x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2\right)}}$$

À l'origine de cette formule, nous retrouvons la relation de Pythagore :

Exemple : Quelle est la distance entre A(-1, 3) et B(4, 6) ?



$$d(A, B) = \sqrt{(4 - -1)^2 + (6 - 3)^2}$$

$$d(A, B) = \sqrt{5^2 + 3^2}$$: Relation de Pythagore

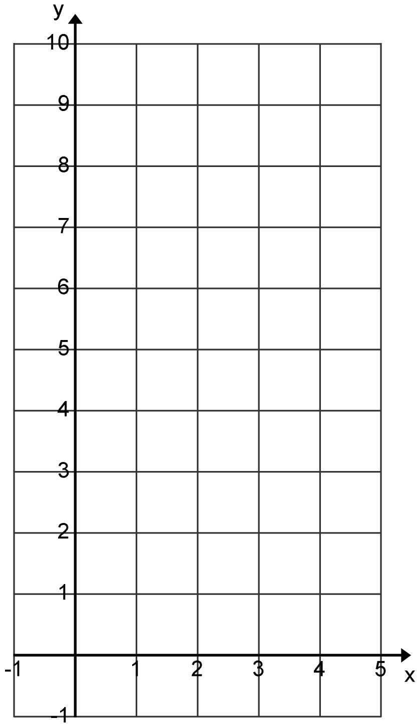
$$d(A, B) = \sqrt{25 + 9}$$

$$d(A, B) = \sqrt{34}$$

$$d(A, B) \approx 5{,}83$$

Exercices :

1. Quelle est la distance entre M(1, 5) et N(4, 9) ?



d(M, N) = $m\overline{MN} = \sqrt{\left((\_\_\_\_\_\_)^2 + (\_\_\_\_\_\_)^2\right)}$

____

____

____

réponse :______

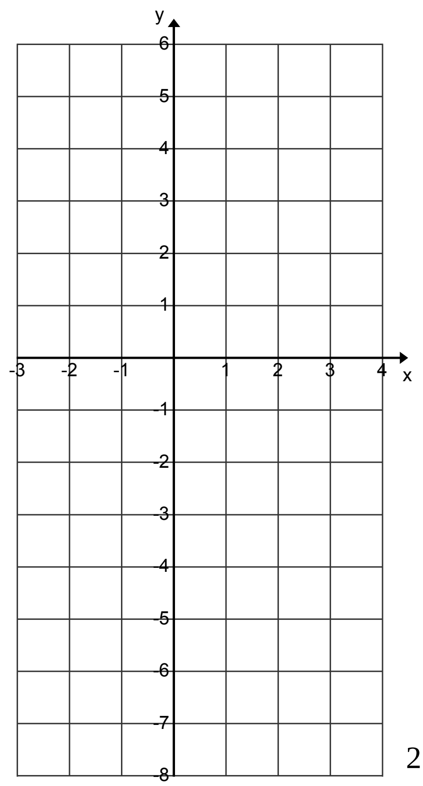
2. Un segment AB a pour extrémités les points A(-3, 6) et B(4, -8). Trouve la longueur (la mesure) de ce segment en complétant ce qui suit :
(m $\overline{AB}$: la mesure du segment AB)

d(A, B) = $m\overline{AB} = \sqrt{\left((\_\_\_\_\_\_)^2 + (\_\_\_\_\_\_)^2\right)}$

____

____

____



3. Calcule la distance entre les points donnés ci-dessous (arrondis tes réponses au centième près).

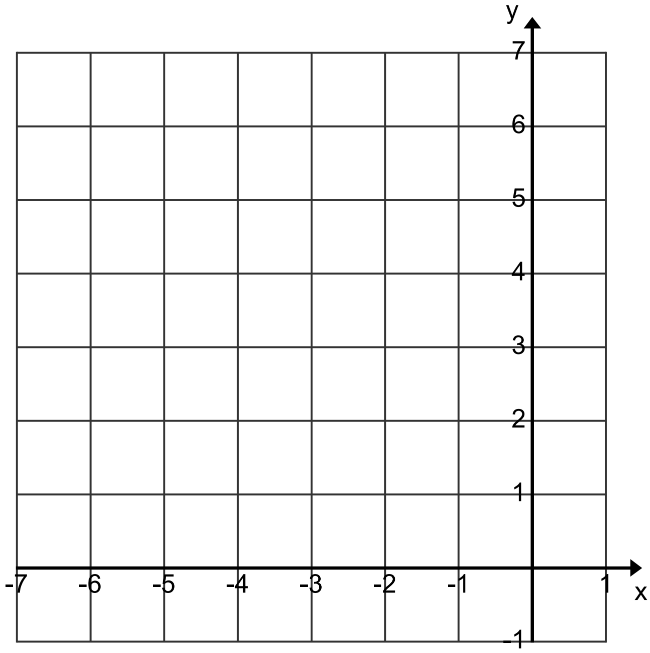
a) (1, 5) et (4, 9) : ______ b) (-1, 3) et (2, 1) : ______

c) (2, 1) et (5, -1) : ______ d) (10, -6) et (-5, -1) : ______

e) (0, 0) et (-5, 12) : ______ f) (-3, 6) et (-3, 11) : ______

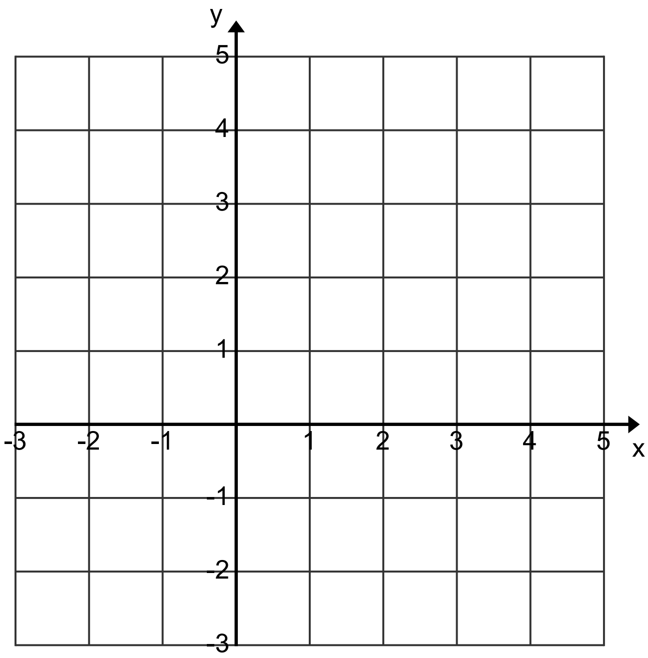
g) (-4, 3) et (6, 3) : ______ h) (1,21 , -3,6) et (-4,1 , -0,9) : ______

4. Les sommets d'un triangle ont pour coordonnées : A(0, 4), B(-3, 4) et C(-7,6). Quel est le périmètre de ce triangle ?



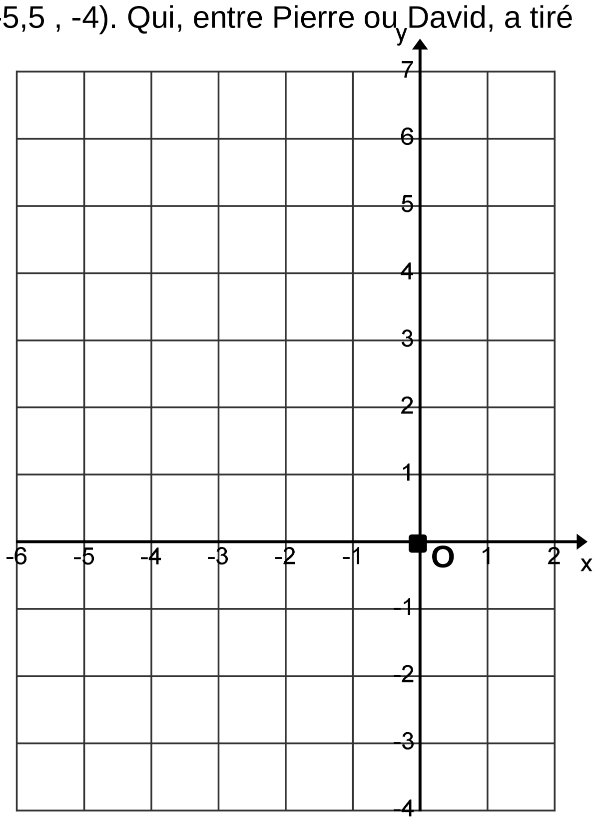
réponse :___________

5. Est-ce que le triangle, dont les sommets sont : A(2, 4), B(-3, -3) et C(3, 5), est isocèle ?



réponse :____________

6. Pierre et David utilisent une feuille sur laquelle est tracé un système de coordonnées cartésiennes comme cible pour le tir à l'arc. La flèche tirée par Pierre atteint le point (2, 7) et celle tirée par David atteint le point (-5,5 , -4). Qui, entre Pierre ou David, a tiré sa flèche le plus près de l'origine ?



réponse : ____________________

2. **Point milieu**

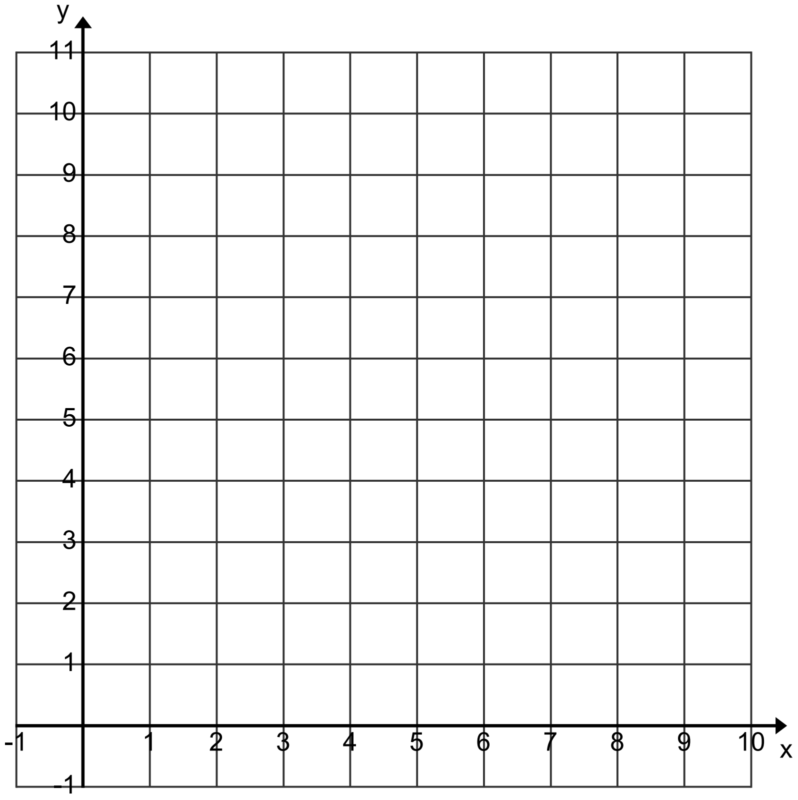
Le point milieu consiste à faire la moyenne des x ainsi que la moyenne des y des coordonnées des extrémités du segment.

Pour trouver les coordonnées du point milieu M du segment P_1P_2 où $P_1(x_1, y_1)$ et $P_2(x_2, y_2)$, applique la formule suivante :

$$\boxed{M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)}$$

Exemple :

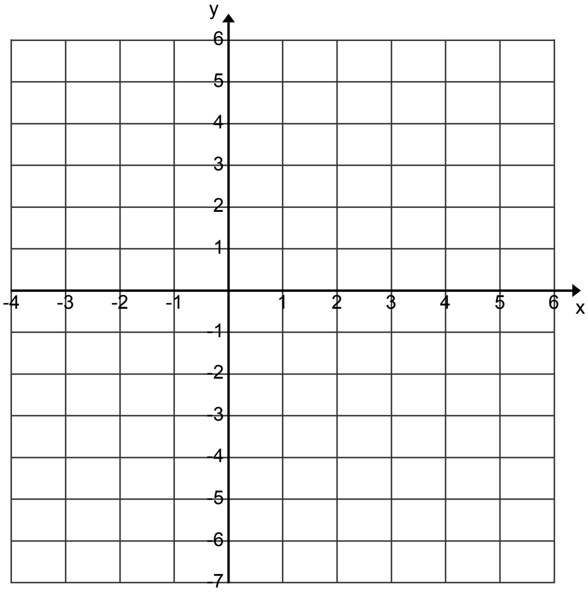
Trouve les coordonnées du point milieu du segment AB où les coordonnées de A sont
(4, 5) et celles de B sont (10, 11).



Réponse : ___________

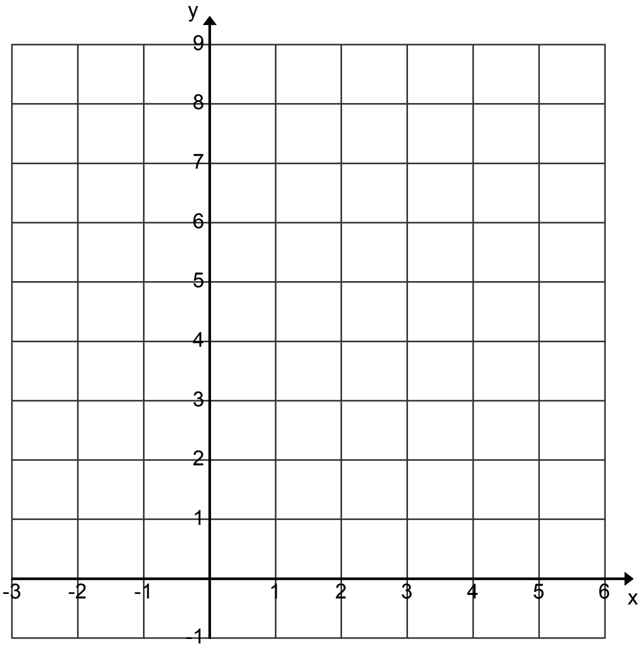
Exercice :

1. Trouve les coordonnées du milieu du segment dont les extrémités sont (-4, 6) et (6, -7).



réponse : ______________

2. Un triangle a comme sommets les points A(-2, 4), B(5, 8) et C(0, 6). On te demande de trouver les coordonnées du milieu de chacun des côtés du triangle.

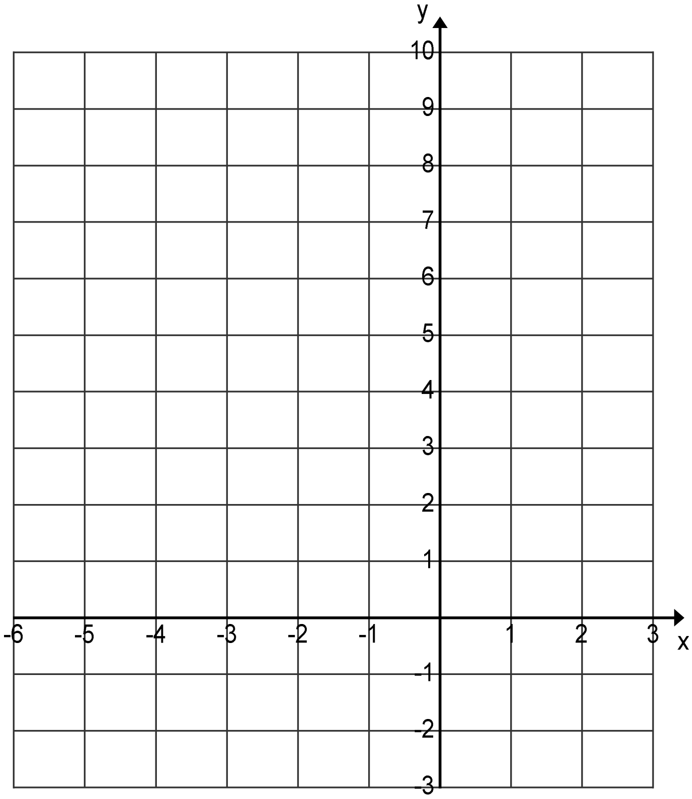


M_1 : milieu de $\overline{AB}$

M_2 : milieu de $\overline{AC}$

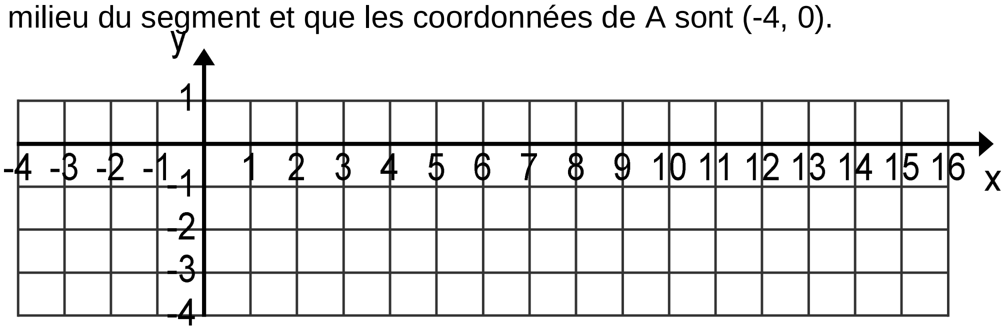
M_3 : milieu de $\overline{BC}$

3. Sachant que M(-2, 4) est le milieu du segment AB et que les coordonnées de B sont (-6, 10), trouve les coordonnées du point A.



réponse :_____________

4. Trouve les coordonnées de l'extrémité B d'un segment AB sachant que M(5, -1) est le milieu du segment et que les coordonnées de A sont (-4, 0).



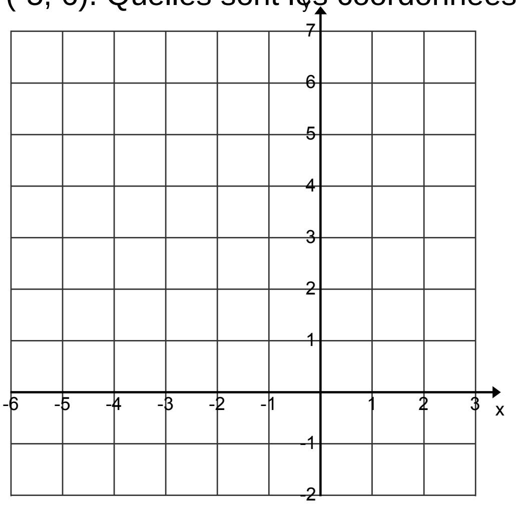
réponse :_______

5. Trouver les coordonnées du point milieu du segment reliant les points suivants :

a) (-6, 2) et (8, 0) ___________ c) (0, 0) et (-9, 4) __________

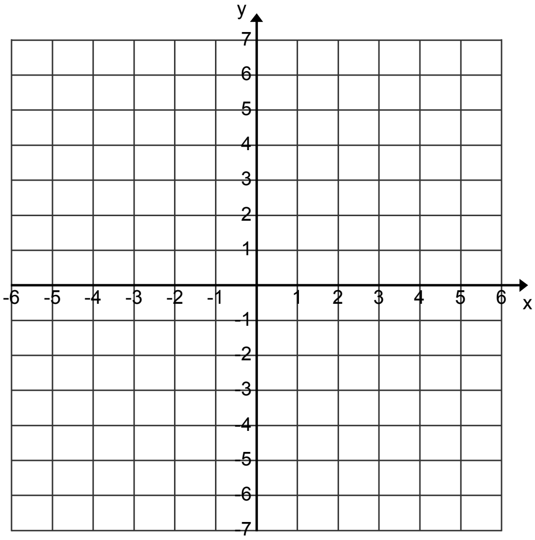
b) (1, 5) et (-3, 4) ___________ d) (-2, 6) et (-6, 10) ___________

6. Le point M(-2, 3) est le point milieu du segment AB. Les coordonnées du point A sont (-5, 6). Quelles sont les coordonnées du point B ?



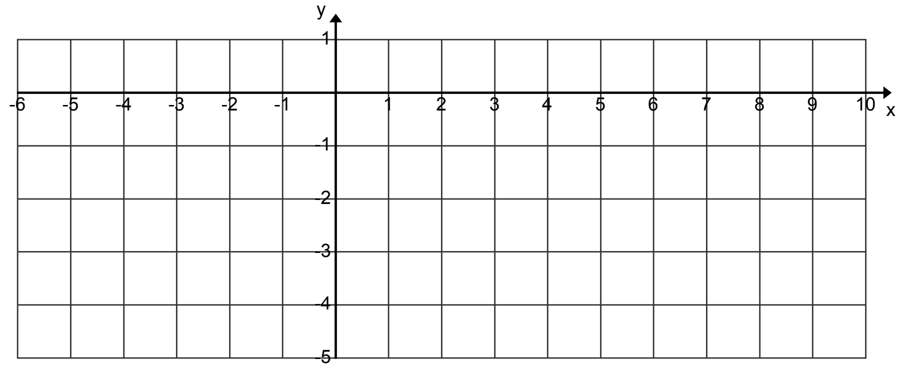
réponse : _____________

7. Le point M(4, -1) est le point milieu du segment PQ. Trouve les coordonnées du point P si les coordonnées de Q sont (3, -7).



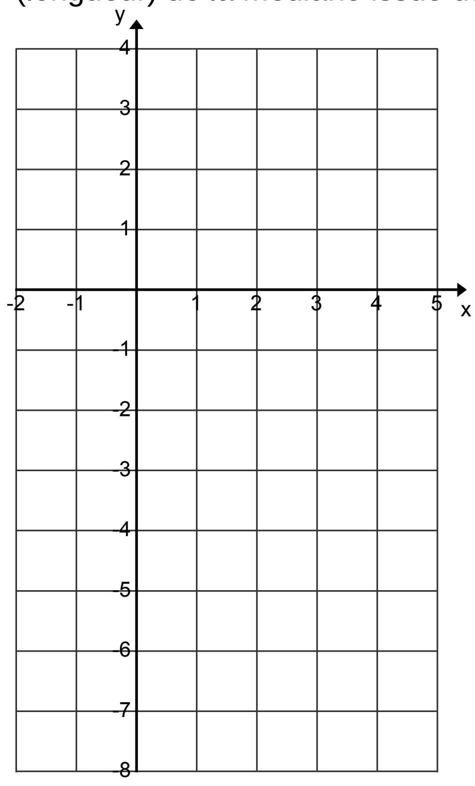
réponse :______________

8. Les coordonnées de A et B sont respectivement (10, -5) et (-6, -1). Trouve les coordonnées des trois points qui partagent le segment en quatre segments congrus.



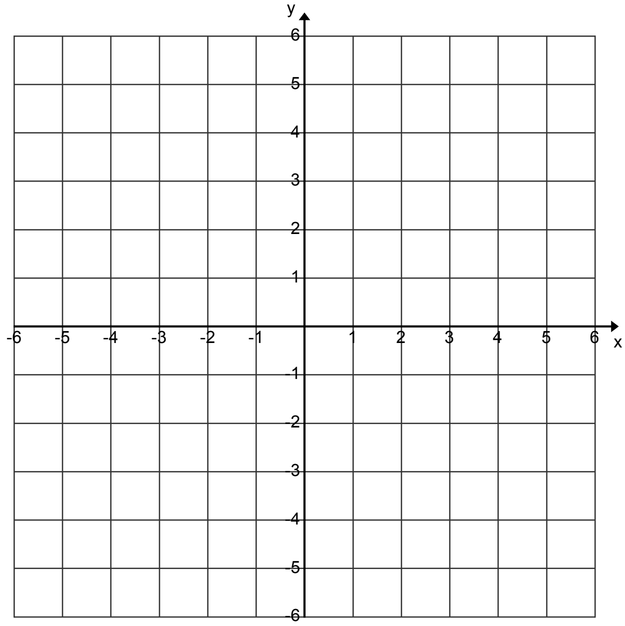
réponse :___________, ___________, ___________

9. Soit A(5, 4), B(-2, 0) et C(4, -8) les trois sommets d'un triangle. Quelle est la mesure (longueur) de la médiane issue du sommet A.



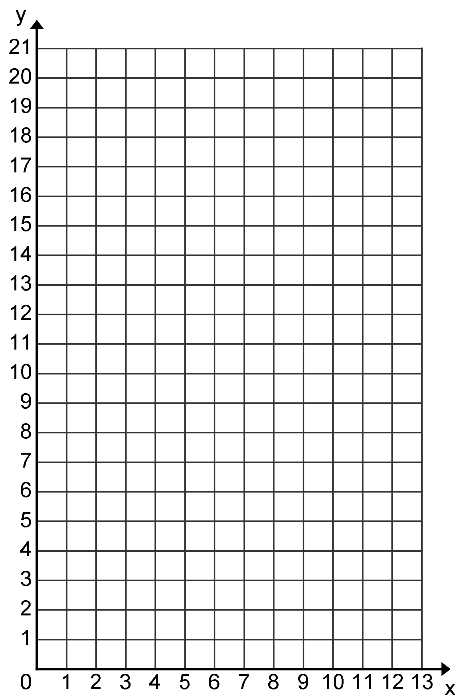
réponse : __________

10. Le segment AD est partagé en trois parties congrues par les points B et C.
Trouve les coordonnées des points B et D si les coordonnées de A sont (-2, 5) et celles de C sont (3, -1).



réponse : B__________
D__________

11. Calcule la distance entre l'origine et le point milieu d'un segment dont les extrémités sont (7, 11) et (13, 21).

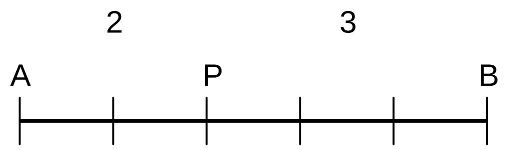


réponse :___________

3. Point partage

On peut déterminer l'emplacement d'un point de partage d'un segment à l'aide d'une fraction ou d'un rapport.

Dans la représentation graphique ci-contre :



Rapport de partie à partie :

• le point P partage un segment **A**B dans le rapport 2 **:** 3

En partant de **A :** 2 parties avant P **:** 3 parties après P

Convertir les rapports

Rapport de partie à tout :

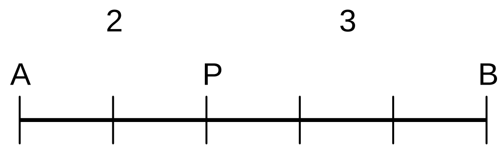
• le point P est situé **aux** $\frac{2}{5}$ du segment **A**B

En partant de **A :** 2 parties avant P / 5 parties **en tout**

Sens du segment :

La première lettre, utilisée pour nommer un segment, nous indique le sens du segment que l'on doit considérer pour partager celui-ci.

Dans la représentation graphique ci-contre :



→ le point P partage un segment **A**B dans le rapport 2 **:** 3 en partant de **A**

← le point P partage un segment **B**A dans le rapport 3 **:** 2 en partant de **B**

Rapport de partie à partie :

• le point P partage un segment **B**A dans le rapport 3 **:** 2

En partant de **B :** 3 parties avant P **:** 2 parties après P

⇕ **Convertir les rapports**

Rapport de partie à tout :

• le point P est situé **aux** $\frac{3}{5}$ du segment **B**A

En partant de **B :** 3 parties avant P / 5 parties **en tout**

<u>Formule du point de partage</u> :

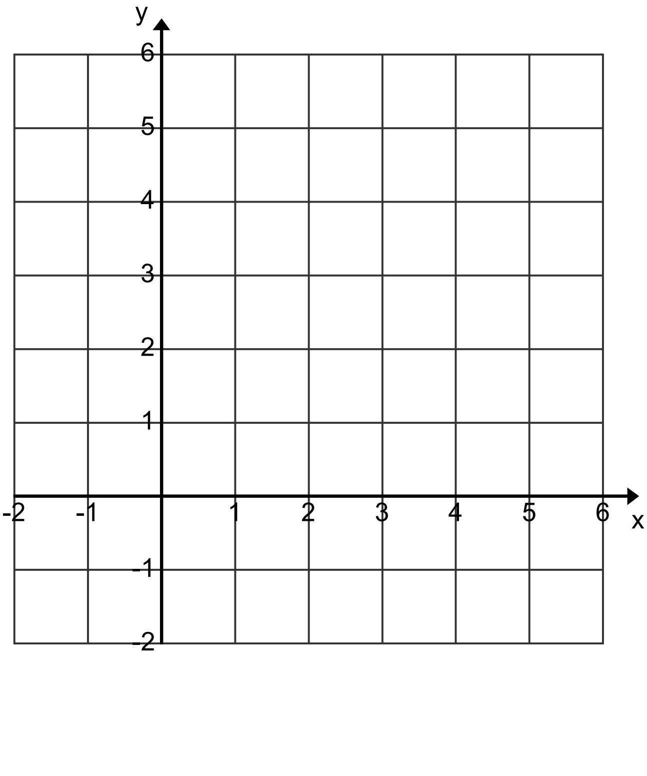
Un point P partage le segment P_1P_2 dont les coordonnées sont $P_1(x_1, y_1)$ et $P_2(x_2, y_2)$. Si le point P est situé $\underbrace{\text{à une fraction } \frac{a}{c} \text{ de la distance entre } P_1 \text{ et } P_2}_{\textbf{rapport partie à tout}}$, ses coordonnées sont :

$$\boxed{P\left(x_1+\frac{a}{c}(x_2-x_1), y_1+\frac{a}{c}(y_2-y_1)\right)}$$

où a : nombre de parties avant P
c : nombre de parties en tout

Exemples :

1. Trouve les coordonnées du point P qui est situé aux $\frac{2}{5}$ du segment AB. Les coordonnées de A et B sont respectivement (-2, -1) et (3, 5).

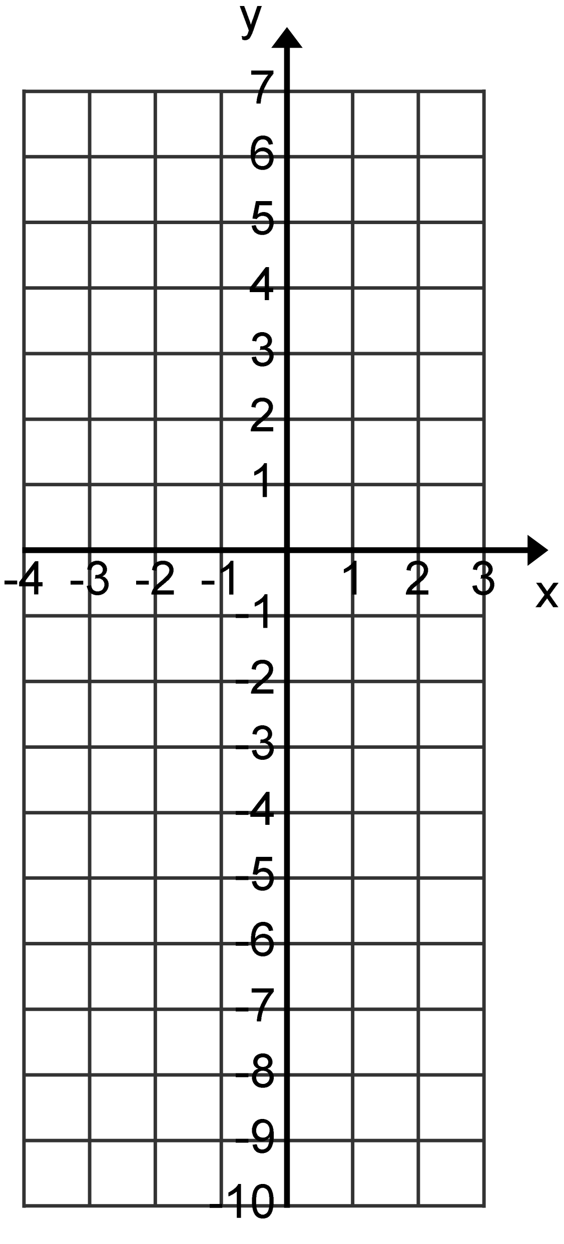


$$P\left(x_1+\frac{a}{c}(x_2-x_1), y_1+\frac{a}{c}(y_2-y_1)\right)$$

réponse :____________

2. Détermine les coordonnées du point P qui partage le segment AB dont les extrémités sont A(3, 7) et B(-4 , -10) dans un rapport 3 : 1.

Le rapport 3 : 1 correspond à la fraction ____ .

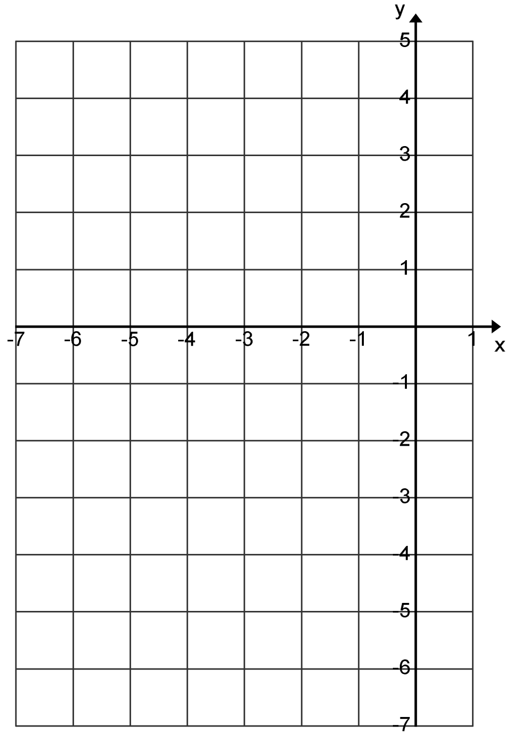


$$P\left(x_1 + \frac{a}{c}(x_2 - x_1), y_1 + \frac{a}{c}(y_2 - y_1) \right)$$

Réponse : __________

Exercices :

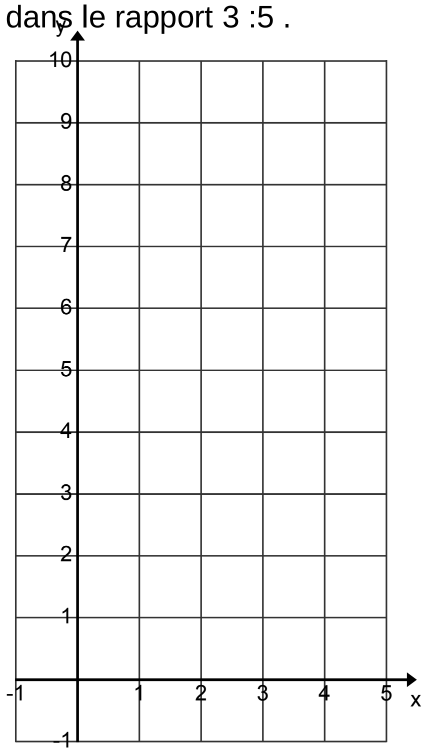
1. Soit $P_1(-2, 5)$ et $P_2(-6, -7)$. Trouve les coordonnées du point P qui partage le segment P_1P_2 dans le rapport 1 :3 .



$$P\left(x_1+\frac{a}{c}(x_2-x_1), y_1+\frac{a}{c}(y_2-y_1)\right)$$

réponse :___________

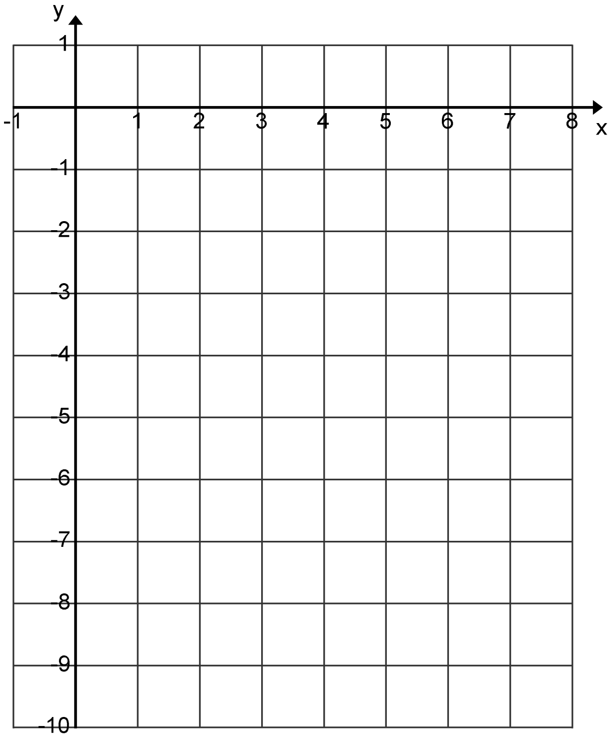
2. Soit A(0, 1) et B(4, 9). Trouve les coordonnées du point P qui partage le segment $\overline{AB}$ dans le rapport 3 :5 .



$$P\left(x_1+\frac{a}{c}(x_2-x_1), y_1+\frac{a}{c}(y_2-y_1)\right)$$

réponse :_______

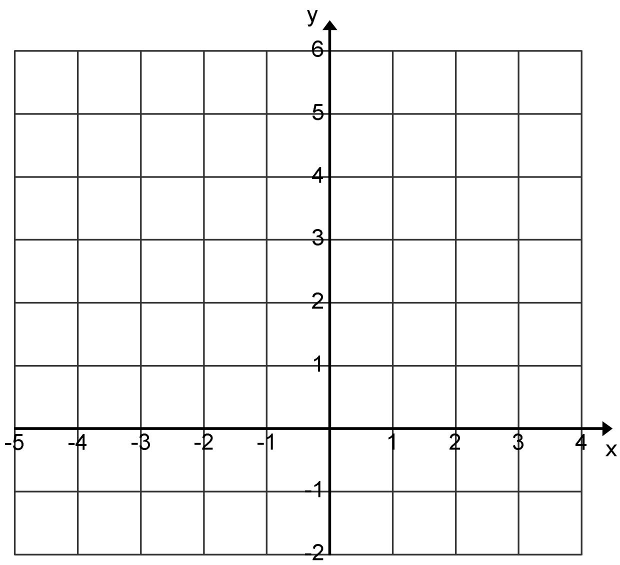
3. Soit M(7, -5) et N(3, -9). Un point P du segment MN est situé au tiers de la distance entre M et N à partir de N. Trouve les coordonnées du point P.



$$P\left(x_1+\frac{a}{c}(x_2-x_1), y_1+\frac{a}{c}(y_2-y_1)\right)$$

réponse :_______

4. Soit M(-5, -2) et N(4, 6). Quelles sont les coordonnées du point P si $\frac{m\overline{MP}}{m\overline{MN}} = \frac{3}{4}$?



$$P\left(x_1+\frac{a}{c}(x_2-x_1), y_1+\frac{a}{c}(y_2-y_1)\right)$$

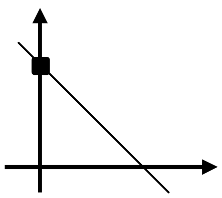
réponse :_______

4. Équation d'une droite

Forme ou type	Équation	Lien entre les paramètres	Caractéristique
Fonctionnelle	**y = ax + b**	Pente : a Ordonnée à l'origine : b Abscisse à l'origine : $\frac{-b}{a}$	Peut être utilisée pour décrire toute droite non verticale
Générale	**Ax + By + C = 0**	Pente : $\frac{-A}{B}$ Ordonnée à l'origine : $\frac{-C}{B}$ Abscisse à l'origine : $\frac{-C}{A}$	Peut être utilisée pour décrire tout type de droite

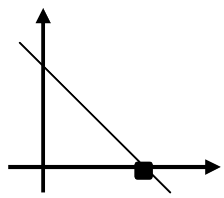
<u>Ordonnée</u> à l'origine :

valeur de <u>y</u> si x = 0

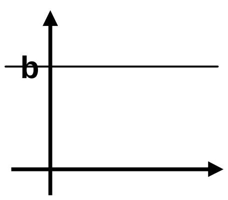


<u>Abscisse</u> à l'origine :

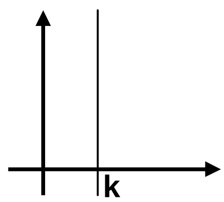
valeur de <u>x</u> si y = 0



Équation droite horizontale : $\boldsymbol{y = b}$



Équation droite verticale : $\boldsymbol{x = k}$



Pente d'un segment

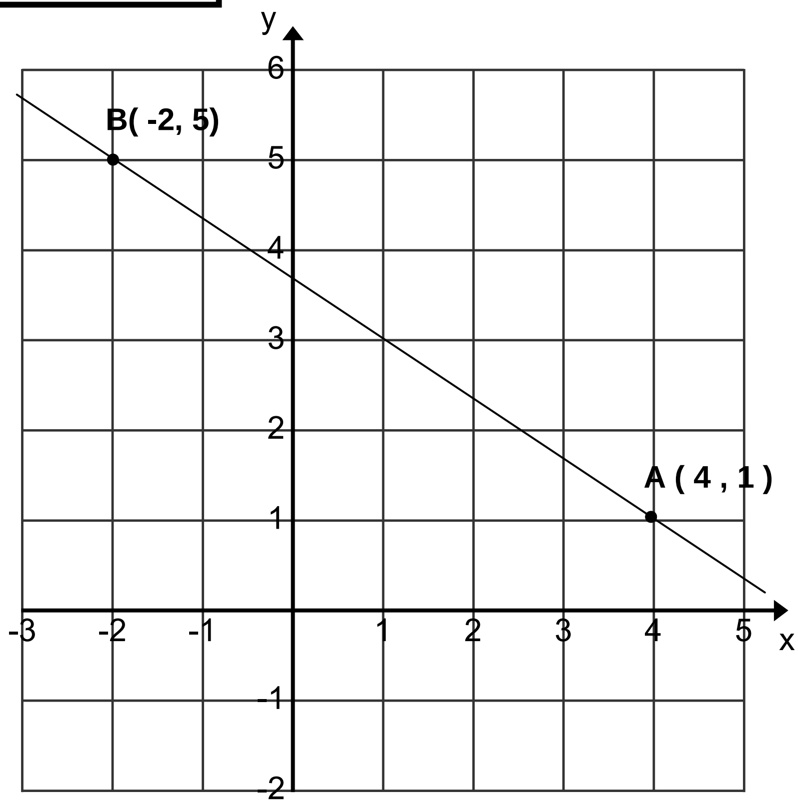
La pente d'un segment est un nombre qui caractérise son inclinaison. Elle correspond au rapport de l'accroissement des ordonnées à celui des abscisses.

Notation : a

Soit $A\ (x_1, y_1)$ et $B\ (x_2, y_2)$

$$\boxed{a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}} \quad : \quad \frac{accroissement\ des\ ordonnées\ de\ A\ vers\ B}{accroissement\ des\ abscisses\ de\ A\ vers\ B}$$

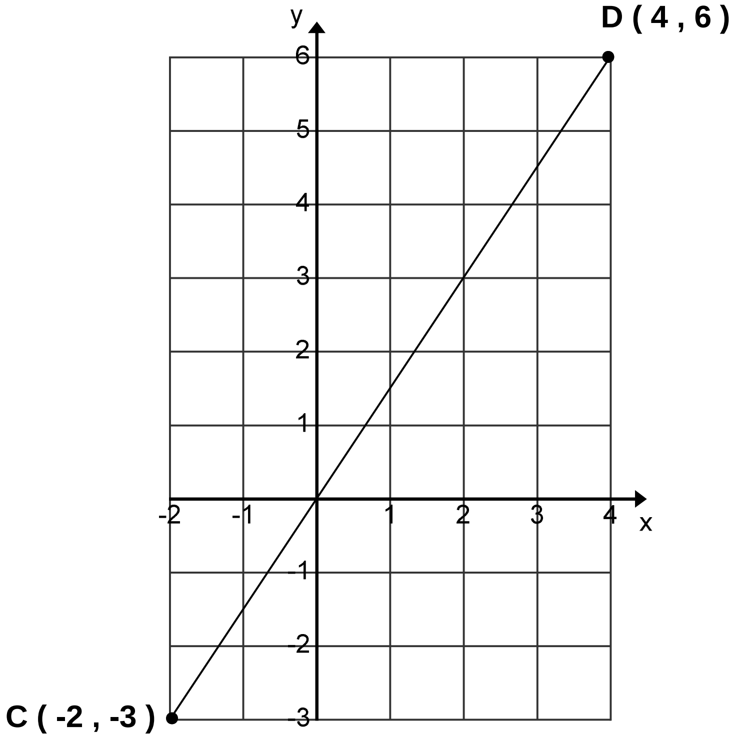
Exemple 1:



$$\boxed{Pente\ de\ \overline{AB}\quad :\ a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5-1}{-2-4} = \frac{4}{-6} = \frac{-2}{3}}$$

Note: Lorsque les x augmentent et que les y diminuent la pente est **négative**.
Droite qui **descend** de gauche à droite.

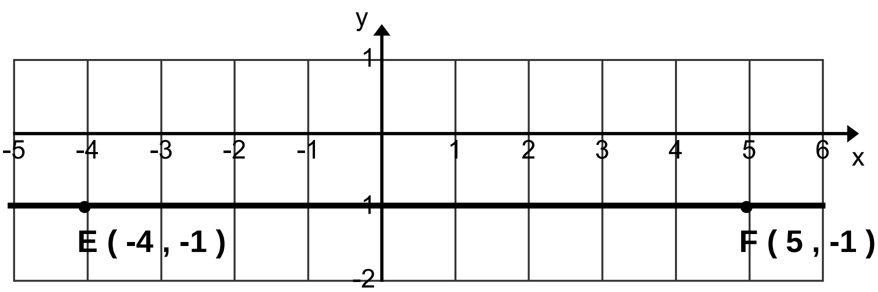
Exemple 2 :



$$Pente\ de\ \overline{CD}\ :\ a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6 - -3}{4 - -2} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

Note: Lorsque les x et les y augmentent la pente est **positive**.
Droite qui **monte** de gauche à droite.

Exemple 3 :



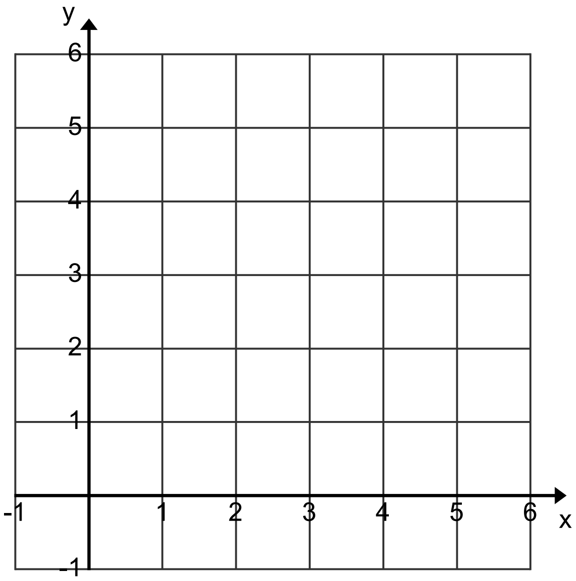
$$Pente\ de\ \overline{EF}\ :\ a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1 - -1}{5 - -4} = \frac{0}{9} = 0$$

Note: Lorsque les x augmentent et que les y demeurent constants, la pente est **nulle**.
Droite **horizontale**.

Exercices:

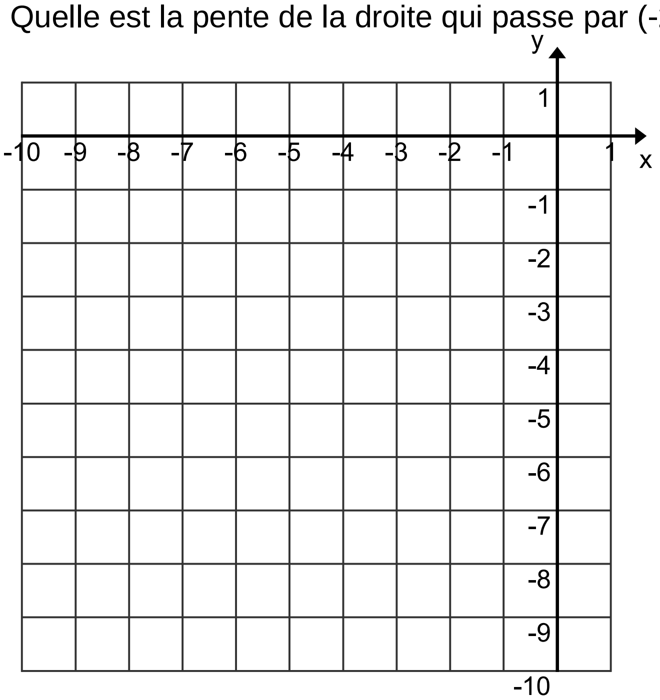
1. Une droite dont la pente est $\frac{-3}{4}$ passe par les points (2,5) et (4, k).

   Trouve la valeur de k.



réponse :______

2. Quelle est la pente de la droite qui passe par (-2,-1) et (-10,-4) ?



réponse :_______

Forme fonctionnelle $\longrightarrow$ Forme générale

Écris l'équation $\mathbf{y = \frac{2}{3}x + 4}$ sous la forme générale.

1- Mettre tous les termes de l'équation au même dénominateur et enlever ce dénominateur :

____

____

2- Mettre tous les termes de l'équation du côté de l'égalité qui fera en sorte que le coefficient de x sera positif (pour obtenir =0) .

____

<u>Forme générale</u> $\longrightarrow$ <u>Forme fonctionnelle</u>

Pour passer de la forme générale à la forme fonctionnelle, il suffit d'isoler le y.

Exemples : $3x + 2y - 6 = 0$ $\quad$ $3x - 4y - 4 = 0$

______________________ ______________________

______________________ ______________________

Forme générale → Coordonnées à l'origine

Trouver **l'abscisse à l'origine** et **l'ordonnée à l'origine** des équations suivantes :
(valeur de x si y=0) (valeur de y si x=0)

a) $3x + 2y - 6 = 0$

abscisse à l'origine :___________ ordonnée à l'origine :____________

b) $4x + y - 2 = 0$

abscisse à l'origine :___________ ordonnée à l'origine :____________

c) $3x + y - 5 = 0$

abscisse à l'origine :___________ ordonnée à l'origine :___________

d) $2x + 5y - 6 = 0$

abscisse à l'origine :___________ ordonnée à l'origine :___________

e) $-2x + 3y - 6 = 0$

abscisse à l'origine :__________ ordonnée à l'origine :__________

f) $3x - 4y - 1 = 0$

abscisse à l'origine :__________ ordonnée à l'origine :__________

Coordonnées d'un point et la pente ⟶ **Forme fonctionnelle**

Écris l'équation de la droite sous la forme fonctionnelle si elle passe par le point (-3, 10) et elle a 6 comme pente.

1. Remplace la paramètre « a » par sa valeur dans l'équation :

$$y = ax + b$$

____

2. Remplace le x et le y par leur valeur dans le couple :

____

3. Isole le b : _________________

____

réponse :______________________

Exercice : Complète le tableau ci-dessous :

Fonctionnelle **y = ax + b**	**Générale** **Ax + By + C = 0**	**Coordonnées à l'origine** **(a, 0) et (0, b)** **a =** $\frac{-b}{a}$	**Taux de variation** **ou pente a**
1) y = $\frac{3x}{5} - \frac{4}{5}$			
2)	x+ y – 4 = 0		
3)		(5, 0)	$\frac{-8}{3}$
4)	2x – 3y + 5 = 0		

Fonctionnelle **y = ax + b**	**Générale** **Ax + By + C = 0**	**Coordonnées à l'origine** **(a, 0) et (0, b)** **a = $\frac{-b}{a}$**	**Taux de variation** **ou pente a**
5)		(-2, 0) (0, -7)	
6)	5x – 2y – 20 =0		
7)		(6, 0)	$\frac{-4}{5}$
8) y= -3x + 6			

Fonctionnelle **y = ɑx + b**	**Générale** **Ax + By + C = 0**	Coordonnées à l'origine **(a, 0) et (0, b)** **a =** $\frac{-b}{a}$	**Taux de variation** **ou pente ɑ**
9)	x – y + 3 = 0		
10)		Point : (2, -10)	$\frac{-1}{4}$
11) y= 4x - 1			
12) y= -2x			

Pentes des droites parallèles :

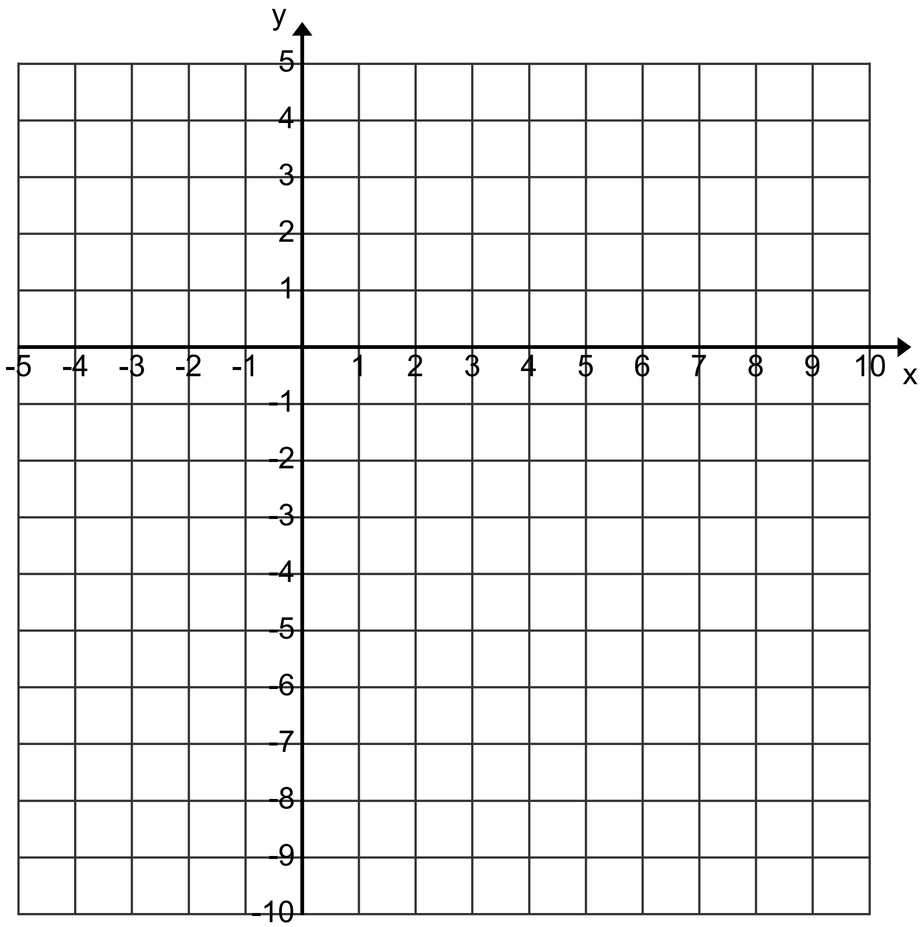
Trace les fonctions suivantes dans ce plan cartésien :

$\boldsymbol{f(x) = \frac{-3}{4}x + 1}$

x	**y**

$\boldsymbol{g(x) = \frac{-3}{4}x - 3}$

x	**y**



Les **<u>droites parallèles</u>** ont la **<u>même pente</u>** :

f et g sont parallèles, leur pente est égale à ________.

Pentes des droites perpendiculaires :

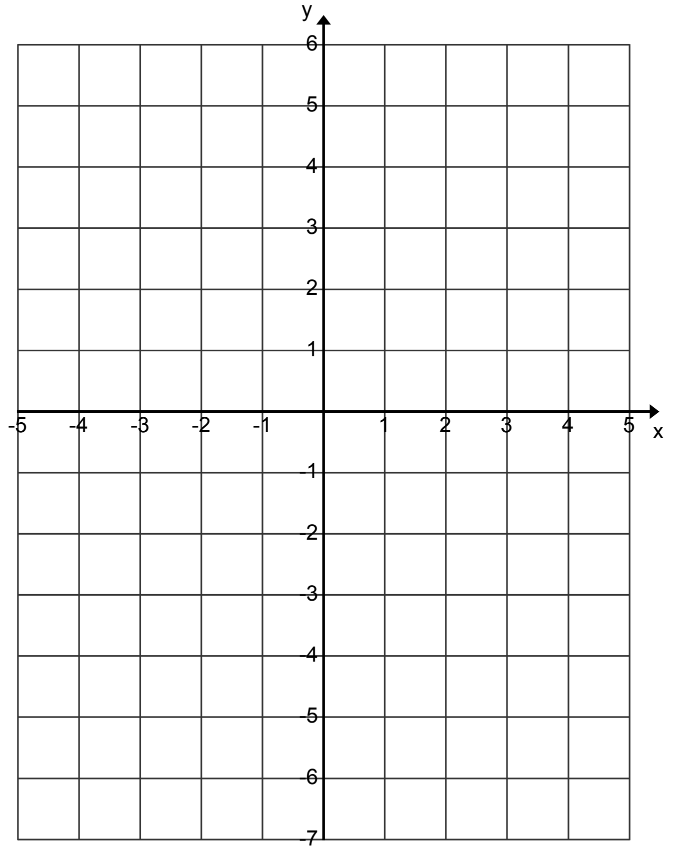
Trace les fonctions suivantes dans ce plan cartésien :

$\boldsymbol{f(x) = \frac{5}{3}x + 1}$

x	y

$\boldsymbol{g(x) = \frac{-3}{5}x}$

x	y



Le produit de **droites perpendiculaires** donne -1.

$$\boxed{\text{Si } d_1 \perp d_2 \text{ alors } a_1 \bullet a_2 = -1}$$

f et g sont perpendiculaires, les pentes sont respectivement :

a_f= ________ a_g= ________ $\longrightarrow$ inverses et de signes contraires

Exercices :

1. Quelle est l'équation de la droite qui passe par (-2,-1) et (-10,-4) ?

réponse :___________________

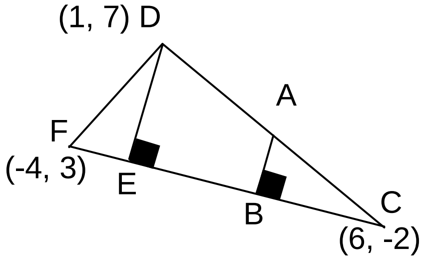
2. Une droite a une pente de –3 et passe par (6,4), quelle est son équation?

réponse :___________________

3. Quelle est l'équation de la droite dont l'abscisse à l'origine est 10 et l'ordonnée à l'origine est 5 ?

réponse :___________________

4. Trouve la pente de $\overline{AB}$: ______
Trouve la pente de $\overline{DE}$: ______



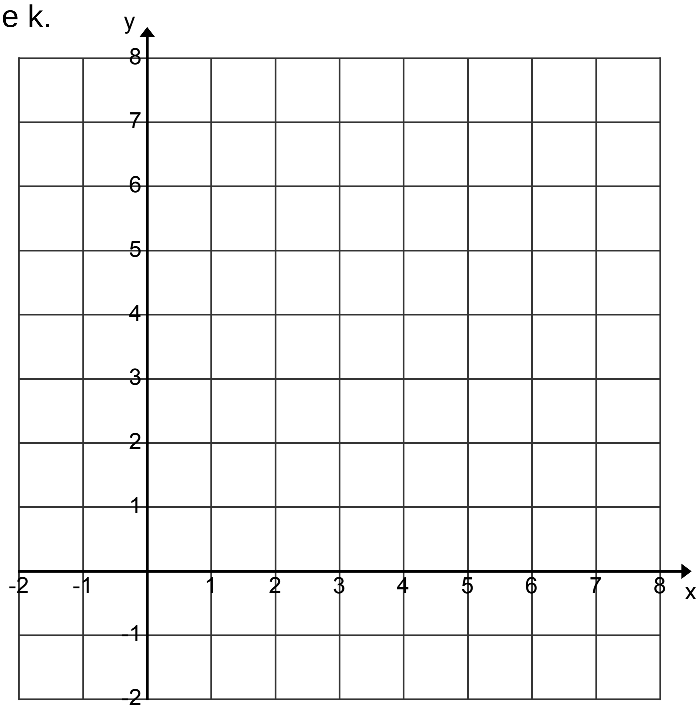
5. Une droite passe par (3, -2) et est parallèle à la droite passant par (1, 6) et (-3, 1). Trouve l'équation de cette droite.

réponse :_______________

6. Une droite passe par le point (5, 1) et est perpendiculaire à la droite $y = \frac{-3x}{2} + 5$.
Trouve son équation.

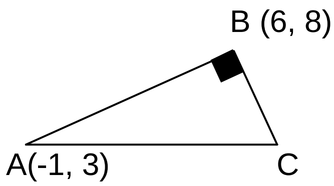
réponse :______________

7. Une droite passe par (2, 6) et (-2, 5) et est perpendiculaire à la droite passant par (6, k) et (8, -2). Trouve la valeur de k.



réponse :______________________

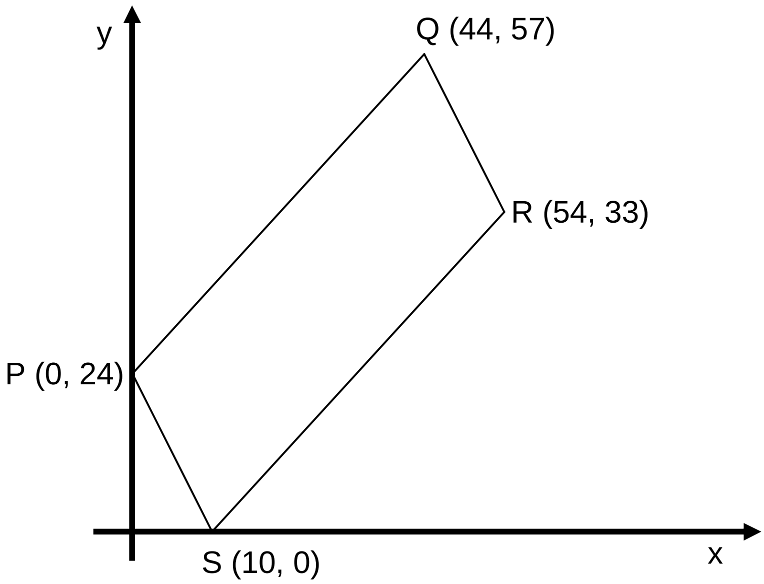
8. Soit ΔABC rectangle en B, trouve l'équation de $\overline{BC}$.



réponse :________________________

9. **Un parallélogramme**

Dans le plan cartésien ci-dessous, on a représenté le quadrilatère PQRS



René affirme que ce quadrilatère est un parallélogramme.

L'affirmation de René est-elle vraie ou fausse? Expliquez pourquoi.

Démarche :

L’affirmation de René est _______________.

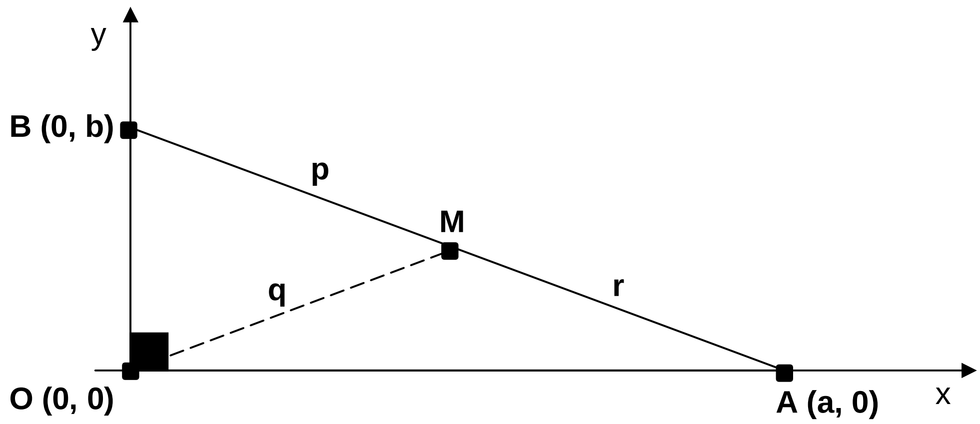
Explication :

____

____

10. **Milieu de l'hypoténuse** :

Dans un triangle rectangle, le point milieu de l'hypoténuse **M** est à une distance respective **p**, **q** et **r** de chaque sommet de ce triangle.



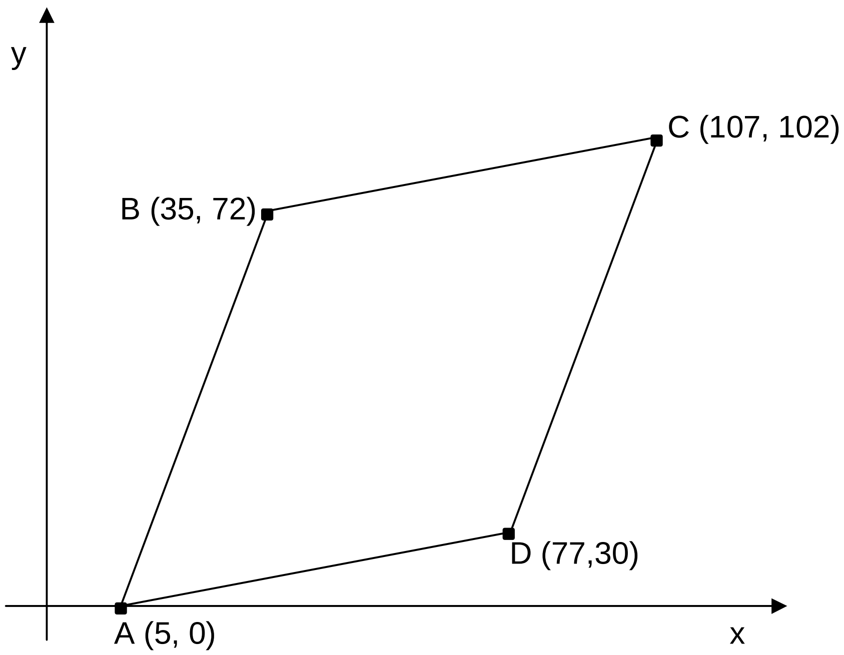
En posant des valeurs aux variables **a** et **b** , formulez une conjecture décrivant le lien qui existe entre les distances de **M** à chacun des sommets **A**, **B** et **O** dans ce type de triangle (le lien entre **p**, **q** et **r**).

Démarche:

Conjecture :

11. **Un losange**

Dans le plan cartésien ci-dessous, les coordonnées des sommets du quadrilatère ABCD sont A(5, 0), B(35, 72), C(107, 102) et D(77, 30).



Montrez que le quadrilatère ABCD est un losange.

Démarche :

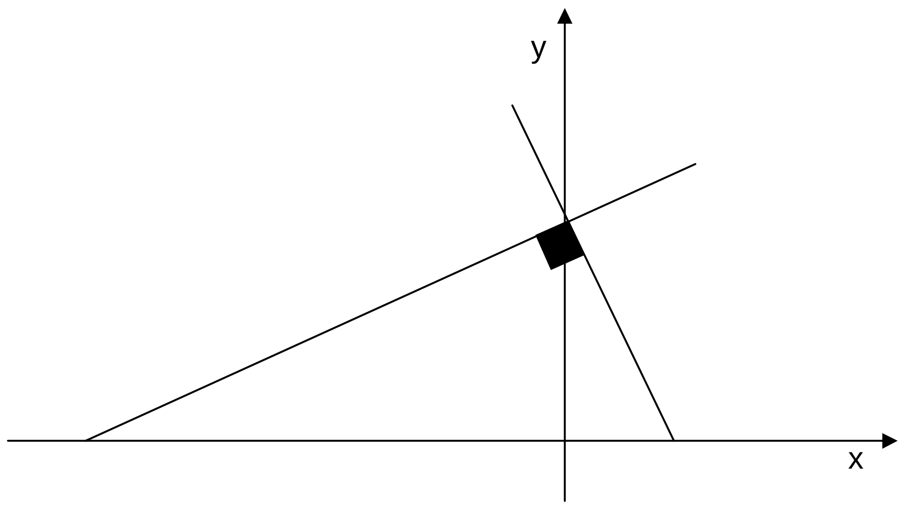
Conclusion :

____

____

12. **Le produit des abscisses**

On s'intéresse au produit des abscisses à l'origine de deux droites perpendiculaires ayant la même ordonnée à l'origine.



Formulez une conjecture décrivant la lien qui existe entre le produit des abscisses à l'origine de deux droites perpendiculaires et la valeur de leur ordonnée à l'origine.

Démarche:

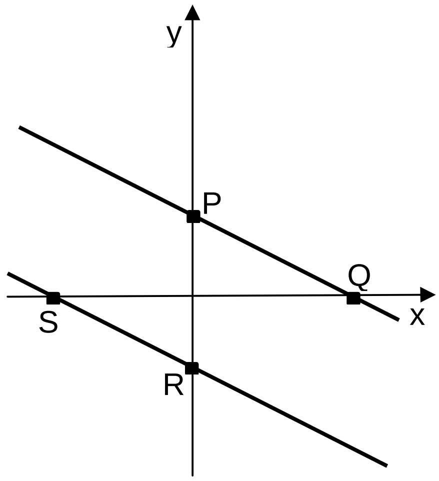
Conjecture :

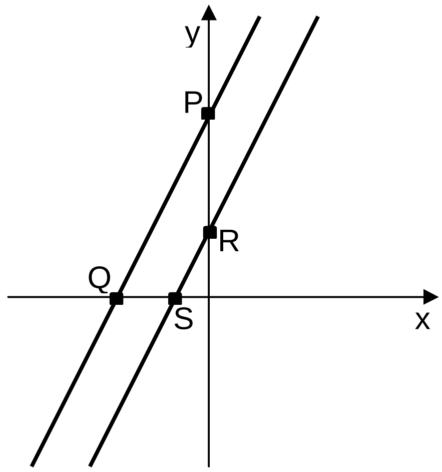
13. **Deux segments de droite et une pente**

Dans le plan cartésien,

- les droites obliques PQ et RS sont parallèles et distinctes;
- les points P et R sont des points de l'axe des y;
- ➢ les points Q et S sont des points de l'axe des x.

Voici deux représentation graphiques du type de droites décrit ci-dessus.





Formulez une conjecture décrivant le lien entre le rapport $\frac{m\overline{PR}}{m\overline{QS}}$ et la pente de la droite PQ pour ce type de droites.

Démarche :

Conjecture :

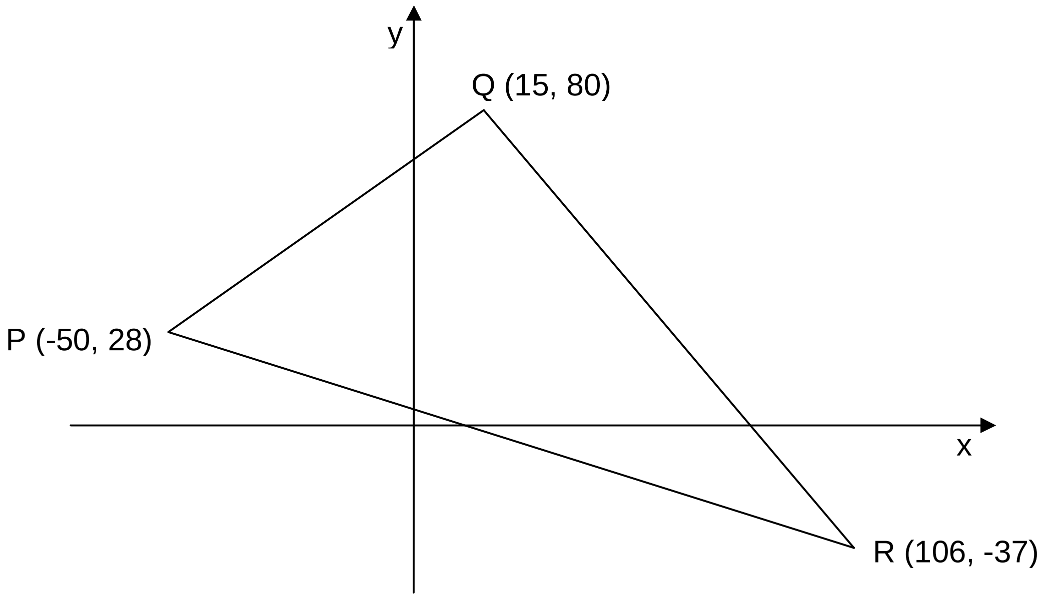
Pour ce type de droite, ____

____

____

14. **Rectangle ou non**

Martine affirme que le triangle PQR représenté dans le plan cartésien suivant est rectangle.



Selon vous, Martine a-t-elle raison ? Expliquez pourquoi.

Démarche :

☐ Martine a raison.

☐ Martine n’a pas raison.

Explication :

Réponses

Pages 2 à 5 :

1. 5
2. 15,65
3. a) 5 b) 3,61
   c) 3,61 d) 15,81
   e) 13 f) 5
   g) 10 h) 5,96
4. 14,75
5. Non, aucun côté isométrique
6. David

Pages 7 à 11 :

1. M $(1, \frac{-1}{2})$
2. milieu de $\overline{AB}$ $\left(\frac{3}{2},\ 6\right)$ milieu de $\overline{BC}$ $\left(\frac{5}{2},\ 7\right)$ milieu de $\overline{AC}$ $(-1,\ 5)$
3. A (2, -2)
4. B (14, -2)
5. a) (1, 1) c) $(\frac{-9}{2}, 2)$
   b) $(-1, \frac{9}{2})$ d) (-4, 8)
6. B (1, 0)
7. P (5, 5)
8. (6, -4), (2, -3) et (-2, -2)
9. 8,94 unités
10. B $(\frac{1}{2}, 2)$ D B $(\frac{11}{2}, -4)$
11. 18,87 unités

Pages 16 et 17

1. P (-3, 2)
2. P $(\frac{3}{2},\ 4)$
3. P $(\frac{13}{3},\ \frac{-23}{3})$
4. P $(\frac{7}{4}, 4)$

Page 21

1. $\frac{7}{2}$

2. $\frac{3}{8}$

Pages 25 et 26

Fonctionnelle **y = ax + b**	**Générale** **Ax + By + C = 0**	Coordonnées à l'origine **(a, 0) et (0, b)** **a = $\frac{-b}{a}$**	**Taux de variation ou pente a**
1) y = $\frac{3x}{5} - \frac{4}{5}$	$3x - 5y - 4 = 0$	$(\frac{4}{3}, 0)$ $(0, \frac{-4}{5})$	$\frac{3}{5}$
2) $y = -x + 4$	x+ y – 4 = 0	(4, 0) (0, 4)	-1
3) y = $\frac{-8}{3}$x + $\frac{40}{3}$	8x + 3y – 40 = 0	(5, 0) $(0, \frac{40}{3})$	$\frac{-8}{3}$
4) y = $\frac{2}{3}$x + $\frac{5}{3}$	2x – 3y + 5 = 0	$(\frac{-5}{2}, 0)$ $(0, \frac{5}{3})$	$\frac{2}{3}$
5) $y = \frac{-7}{2}x - 7$	$7x + 2y + 14 = 0$	(-2, 0) (0, -7)	$\frac{-7}{2}$
6) $y = \frac{5}{2}x - 10$	5x – 2y – 20 =0	(4, 0) (0, -10)	$\frac{5}{2}$
7) $y = \frac{-4}{5}x + \frac{24}{5}$	4x + 5y – 24 = 0	(6, 0) $(0, \frac{24}{5})$	$\frac{-4}{5}$
8) y= -3x + 6	3x + y – 6 = 0	(2, 0) (0, 6)	-3
9) y= x + 3	x – y + 3 = 0	(-3, 0) (0, 3)	1
10) $\mathbf{y = \frac{-1}{4}x - \frac{19}{2}}$	x + 4y + 38 = 0	Point : (2, -10)	$\frac{-1}{4}$
11) y= 4x - 1	4x – y - 1 = 0	$(\frac{1}{4}, 0)$ (0, -1)	4
12) y= -2x	2x + y = 0	(0, 0)	-2

Pages 28 à 30 :

1. $y = \frac{3}{8}x - \frac{1}{4}$
2. $y = -3x + 22$
3. $y = \frac{-1}{2}x + 5$
4. $a_{\overline{AB}} = a_{\overline{DE}}$ = 2
5. $y = \frac{5}{4}x - \frac{23}{4}$
6. $y = \frac{2}{3}x - \frac{7}{3}$
7. 6
8. $y = \frac{-7}{5}x + \frac{82}{5}$

Pages 31 et 32 # 9 :

Si les côtés opposés du quadrilatère PQRS sont parallèles alors le quadrilatère PQRS est un parallélogramme.

Si $\overline{PQ}//\overline{SR}$ et $\overline{PS}//\overline{QR}$ alors PQRS est un parallélogramme.

Vérification :

$$\left.\begin{aligned} a_{\overline{PQ}} &= \frac{57-24}{44-0} = \frac{33}{44} = \frac{3}{4} \\ a_{\overline{SR}} &= \frac{33-0}{54-10} = \frac{33}{44} = \frac{3}{4} \end{aligned}\right\}$$

Les droites qui ont la même pente sont parallèles d'où $\overline{PQ}//\overline{SR}$

$$\left.\begin{aligned} a_{\overline{PS}} &= \frac{0-24}{10-0} = \frac{-24}{10} = \frac{-12}{5} \\ a_{\overline{QR}} &= \frac{33-57}{54-44} = \frac{-24}{10} = \frac{-12}{5} \end{aligned}\right\}$$

Les droites qui ont la même pente sont parallèles d'où $\overline{PS}//\overline{QR}$

L'affirmation de René est vraie .

Explication : Les côtés opposés du quadrilatère PQRS sont parallèles alors PQRS est un parallélogramme.

Pages 33 et 34 # 10 :

1° **Posons a = 4 et b = 3**

$m\overline{AB} = d\ (A, B) = \sqrt{(4-0)^2 + (3-0)^2}$: Formule de distance entre 2 points

$= \sqrt{16+9}$

$= \sqrt{25}$

$= 5$

2° **p** = **r** = $m\overline{BM} = m\overline{AM} = \frac{5}{2} = 2{,}5$: Définition de point milieu

3° M $(\frac{4+0}{2}, \frac{3+0}{2})$ = M (2 , 1,5) : Coordonnées du point milieu

4° **q** $= d\ (O, M) = \sqrt{(2-0)^2 + (1{,}5-0)^2}$: Formule de distance entre 2 points

$= \sqrt{4 + 2{,}25}$

$= \sqrt{6{,}25}$

$= 2{,}5$

5° **p** = **r** = **q** = 2,5 : résultat obtenu aux lignes 2 et 4

1° **Posons a = 8 et b = 6**

$m\overline{AB} = d\ (A, B) = \sqrt{(8-0)^2 + (6-0)^2}$: Formule de distance entre 2 points

$= \sqrt{64+36}$

$= \sqrt{100}$

$= 10$

2° **p** = **r** = $m\overline{BM} = m\overline{AM} = \frac{10}{2} = 5$: Définition de point milieu

3° M $(\frac{8+0}{2}, \frac{6+0}{2})$ = M (4 , 3) : Coordonnées du point milieu

4° **q** $= d\ (O, M) = \sqrt{(4-0)^2 + (3-0)^2}$: Formule de distance entre 2 points

$= \sqrt{16+9}$

$= \sqrt{25}$

$= 5$

5° **p** = **r** = **q** = 5 : résultat obtenu aux lignes 2 et 4

Conjecture :

Dans un triangle rectangle, le point milieu de l'hypoténuse est équidistant des trois sommets du triangle.

Pages 35 et 36 # 11 :

Si les 4 côtés du quadrilatère ABCD sont isométriques, alors le quadrilatère ABCD est un losange.

Mesure des côtés du quadrilatère ABCD :

$m\,\overline{AB} = \sqrt{(35-5)^2 + (72-0)^2} = \sqrt{900 + 5\,184} = \sqrt{6\,084} = 78$ unités

$m\,\overline{BC} = \sqrt{(107-35)^2 + (102-72)^2} = \sqrt{5\,184 + 900} = \sqrt{6\,084} = 78$ unités

$m\,\overline{CD} = \sqrt{(77-107)^2 + (30-102)^2} = \sqrt{900 + 5\,184} = \sqrt{6\,084} = 78$ unités

$m\,\overline{AD} = \sqrt{(77-5)^2 + (30-0)^2} = \sqrt{5\,184 + 900} = \sqrt{6\,084} = 78$ unités

$m\overline{AB} = m\overline{BC} = m\overline{CD} = m\overline{AD}$ = 78 unités

Conclusion :

Le quadrilatère ABCD est un losange, puisque ses 4 côtés sont isométriques.

Pages 37 et 38 # 12 :

Dans les exemples suivants, les droites perpendiculaires seront d_1 et d_2 .
Le produit des pentes de droites perpendiculaires est égale à -1 : $a_1 \times a_2 = -1$
d_1 et d_2 ont la même ordonnée à l'origine : $b_1 = b_2$

Premièrement :

Posons $a_1 = 2$ alors $a_2 = \frac{-1}{2}$ car $2 \times \frac{-1}{2} = -1$

et $b_1 = b_2$ = 10

$d_1 : y = 2x + 10$ et $d_2 : y = \frac{-1}{2}x + 10$

Abscisse à l'origine de d_1

$0 = 2x + 10$

$-2x = 10$

$x = -5$

Abscisse à l'origine de d_2

$0 = \frac{-1}{2}x + 10$

$\frac{1}{2}x = 10$

$x = 20$

Le produit des abscisse à l'origine est : $\mathbf{-5 \times 20 = -100}$
L'ordonnée à l'origine est ***10***

$\Bigg\}$ **-100** = -(**10**)^2

Posons $a_1 = 4$ alors $a_2 = \frac{-1}{4}$ car $4 \times \frac{-1}{4} = -1$

et $b_1 = b_2$ = -12

$d_1 : y = 4x - 12$ et $d_2 : y = \frac{-1}{4}x - 12$

Abscisse à l'origine de d_1

$0 = 4x - 12$

$-4x = -12$

$x = 3$

Abscisse à l'origine de d_2

$0 = \frac{-1}{4}x - 12$

$\frac{1}{4}x = -12$

$x = -48$

Le produit des abscisse à l'origine est : $\mathbf{3 \times -48 = -144}$
L'ordonnée à l'origine est ***-12***

$\Bigg\}$ **-144** = -(**-12**)^2

Conjecture :
Lorsque 2 droites perpendiculaires ont la même ordonnée à l'origine, le produit de leur abscisse à l'origine est égale à l'opposé du carré de leur ordonnée à l'origine.

Pages 39 et 40 # 13 :

Comme les droites PQ et SR sont parallèles, elles ont la même pente.

Posons P(0, 10) et Q(20, 0) , S(-24, 0) et R(0, -12)

$$\frac{m\overline{PR} = \sqrt{(0-0)^2+(-12-10)^2}}{m\overline{QS} = \sqrt{(0-0)^2+(-24-20)^2}} = \frac{22}{44} = \frac{1}{2}$$

$$a_{\overline{PQ}} = \frac{0-10}{20-0} = \frac{-10}{20} = \frac{-1}{2}$$

Si la pente de $\overline{PQ}$ est négative : $\frac{m\overline{PR}}{m\overline{QS}} = -a_{\overline{PQ}}$

Posons P(0, 10) et Q(-10, 0) , S(-5, 0) et R(0, 5)

$$\frac{m\overline{PR} = \sqrt{(0-0)^2+(5-10)^2}}{m\overline{QS} = \sqrt{(-5--10)^2+(0-0)^2}} = \frac{5}{5} = 1$$

$$a_{\overline{PQ}} = \frac{0-10}{-10-0} = \frac{-10}{-10} = 1$$

Si la pente de $\overline{PQ}$ est positive : $\frac{m\overline{PR}}{m\overline{QS}} = a_{\overline{PQ}}$

Conjecture :

Pour ce type de droite, le rapport $\frac{m\overline{PR}}{m\overline{QS}}$ est égal

- à la pente de la droite PQ si elle est positive,
- à l'opposé de la pente de la droite PQ si elle est négative

Pages 41 et 42 # 14 :

$$a_{\overline{PQ}} = \frac{80-28}{15-\ -50} = \frac{52}{65} = \frac{4}{5}$$

$$a_{\overline{QR}} = \frac{80-\ -37}{15-\ 106} = \frac{117}{-91} = -\frac{9}{7}$$

$$a_{\overline{PR}} = \frac{28-\ -37}{-50-\ 106} = \frac{65}{-156} = -\frac{5}{12}$$

Aucune pente n'est inverse et de signe contraire alors leur produit ne donnera jamais -1.

Aucune droite n'est perpendiculaire donc le triangle n'est pas rectangle.

☐ Martine a raison.

☒ Martine n'a pas raison.

Explication :

Le triangle PQR n'est pas rectangle puisqu'il n'y a pas de côtés perpendiculaires.