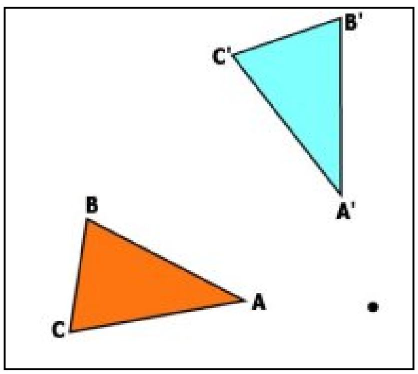
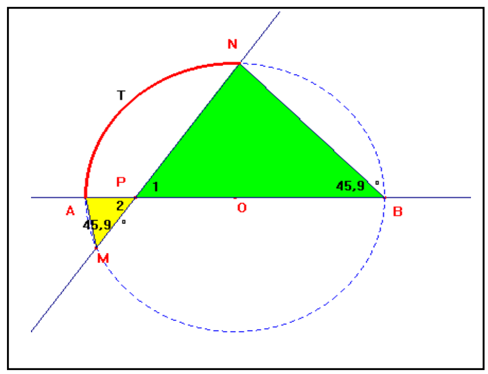
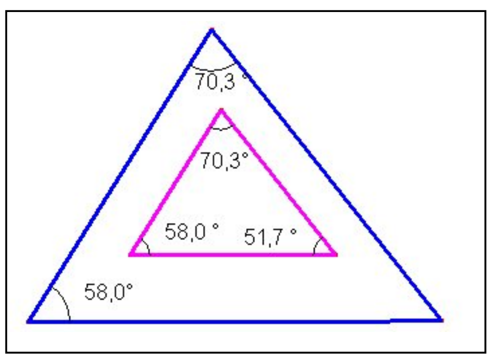
Mathématique
4ème secondaire

séquence :
Culture, société et technique

Figures isométriques et semblables





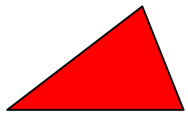
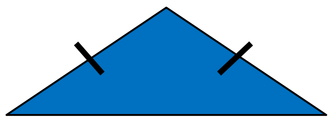
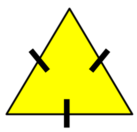


Corrigé

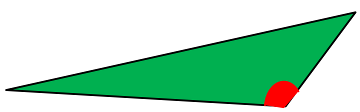
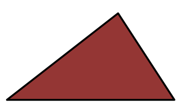
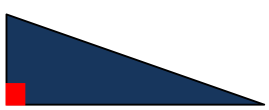
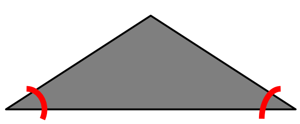
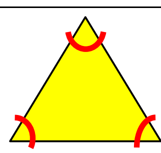
Commission scolaire du Chemin-du-Roy

1. Classification des triangles

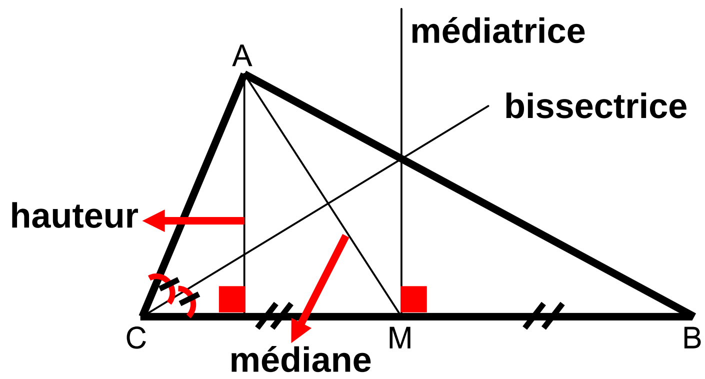
➢ **Selon les côtés :**

Illustration	**Particularité**	**Nom**
	**Aucun côté isométrique**	**Scalène**
	**Deux côtés isométriques**	**Isocèle**
	**Trois côtés isométriques**	**Équilatéral**

➢ **Selon les angles :**

Illustration	**Particularité**	**Nom**
	**Un angle obtus**	**Obtusangle**
	**Trois angles aigus**	**Acutangle**
	**Un angle droit**	**Rectangle**
	**Deux angles isométriques**	**Isoangle**
	**Trois angles isométriques**	**Équiangle**

Les lignes remarquables dans un triangle



Définition :

<u>Bissectrice</u> : demi-droite qui partage un angle en deux angles congrus.

<u>Médiane</u> : segment qui joint un sommet du triangle au milieu du côté opposé.

<u>Médiatrice</u> : perpendiculaire élevée sur le milieu du côté d'un triangle.

<u>Hauteur</u> : perpendiculaire abaissée d'un sommet sur le côté opposé ou sur son prolongement.

2. Propriétés des quadrilatères

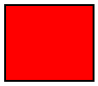
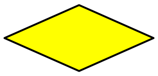
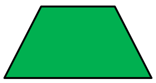
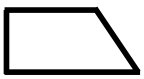
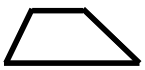
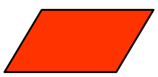
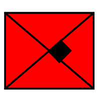
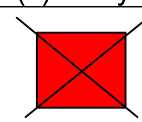
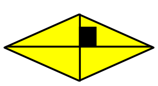
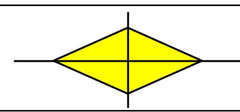
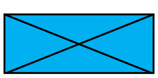
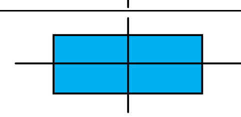
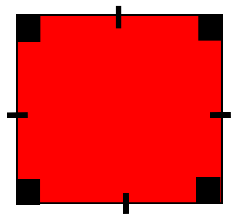
Illustration	Nom	Côtés	Angles
	Carré	• côtés opposés parallèles • 4 côtés isométriques	• 4 angles droits
	Losange	• côtés opposés parallèles • 4 côtés isométriques	• Angles opposés isométriques • Angles consécutifs supplémentaires
	Rectangle	• côtés opposés parallèles • côtés opposés isométriques	• 4 angles droits
	Trapèze isocèle	• une paire de côtés opposés parallèles • 2 côtés isométriques	• 2 paires d'angles isométriques
	Trapèze rectangle	• une paire de côtés opposés parallèles	• 2 angles droits
	Trapèze	• une paire de côtés opposés parallèles	
	Parallélogramme	• côtés opposés parallèles • côtés opposés isométriques	• Angles opposés isométriques • Angles consécutifs supplémentaires

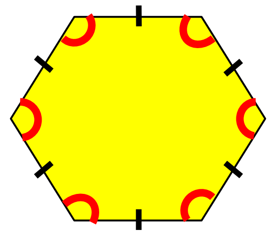
Illustration	Nom	Diagonales	Axe(s) de symétrie
	Carré	• isométriques • perpendiculaires • se coupent en leur milieu	
	Losange	• perpendiculaires • se coupent en leur milieu	
	Rectangle	• se coupent en leur milieu	

3. Polygones réguliers

Un polygone est régulier si tous ses côtés sont isométriques et tous ses angles sont isométriques :

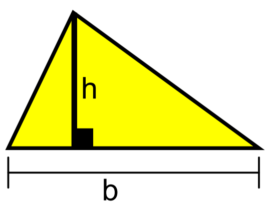
Ex :





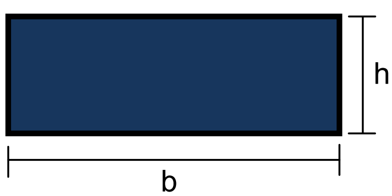
4. Aire des figures

Triangle :



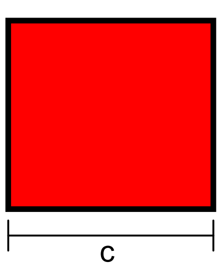
$$\boldsymbol{A_{triangle} = \frac{b \times h}{2}}$$

Rectangle :



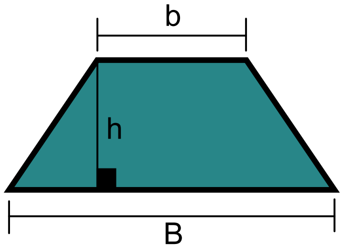
$$\boldsymbol{A_{rectangle} = b \times h}$$

Carré :



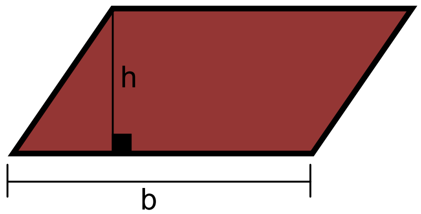
$$\boldsymbol{A_{carré} = c^2}$$

Trapèze :



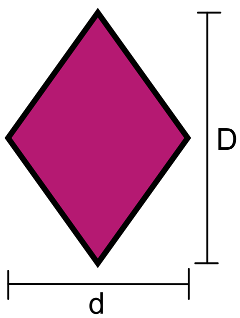
$$A_{trapèze} = \frac{(B+b)\times h}{2}$$

Parallélogramme :



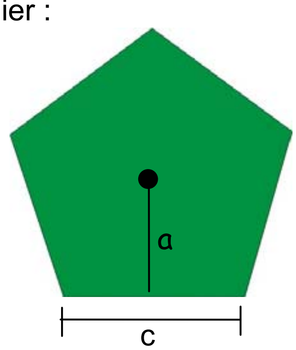
$$A_{parallélogramme} = b \times h$$

Losange :



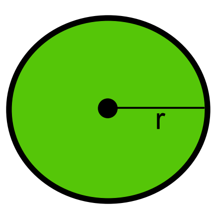
$$A_{losange} = \frac{D\times d}{2}$$

Polygone régulier :



$$A_{polygone\ réguliere} = \frac{c\times a\times n}{2}$$

Disque :

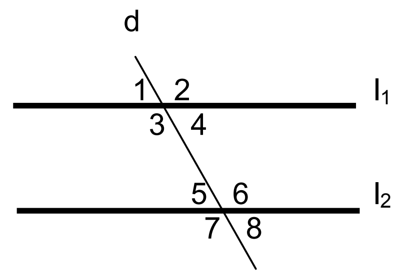


$$A_{disque} = \pi r^2$$

5. Énoncés mathématiques :

Énoncé 1 :

Lorsqu'une sécante coupe deux droites parallèles :



- les angles alternes-internes sont isométriques :

$\angle 3 \cong \angle 6$

$\angle 4 \cong \angle 5$

- les angles alternes-externes sont isométriques :

$\angle 1 \cong \angle 8$

$\angle 2 \cong \angle 7$

- les angles correspondants sont isométriques :

$\angle 1 \cong \angle 5$

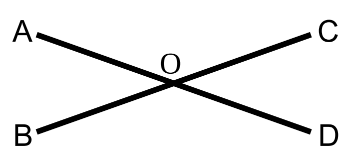
$\angle 2 \cong \angle 6$

$\angle 3 \cong \angle 7$

$\angle 4 \cong \angle 8$

Énoncé 2 :

Si des angles sont opposés par le sommet, alors ils sont isométriques.



$\angle AOB$ et $\angle COD$ sont opposés par le sommet

$\angle AOB \cong \angle COD$

$\angle AOC$ et $\angle BOD$ sont opposés par le sommet

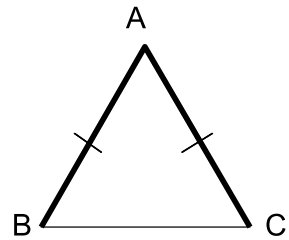
$\angle AOC \cong \angle BOD$

Énoncé 3 :

Si un triangle est isocèle, alors les angles opposés aux côtés isométriques sont isométriques.

Hypothèse : $\overline{AC} \cong \overline{AB}$

Conclusion : $ABC \cong \angle ACB$



Énoncé 4 :

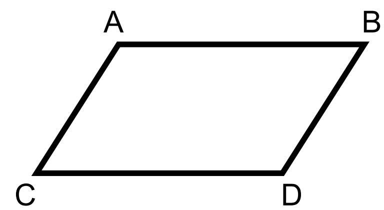
Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont isométriques et ses angles opposés sont isométriques.

Hypothèse : ABCD est un parallélogramme

Conclusion : $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

$\overline{AC} \cong \overline{BD}$

$\angle A \cong \angle D$ et $\angle B \cong \angle C$

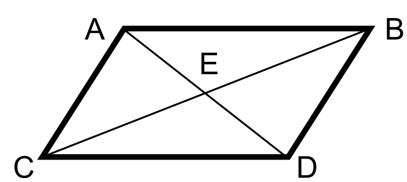


Énoncé 5 :

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses diagonales se coupent en leur milieu.

Hypothèse : $\overline{AD}$ *et* $\overline{BC}$ sont les diagonales

Conclusion : $\overline{AE} \cong \overline{ED}$ et $\overline{BE} \cong \overline{CE}$

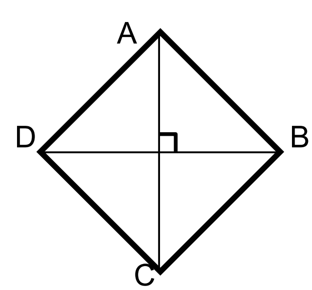


Énoncé 6 :

Les diagonales d'un losange sont perpendiculaires.

Hypothèse : $\overline{AC}$ *et* $\overline{BD}$ sont les diagonales

Conclusion : $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ sont les diagonales

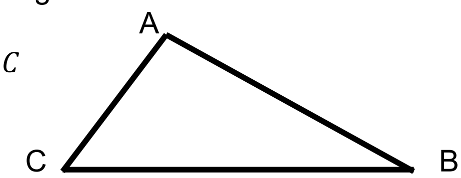


Énoncé 7 :

La somme des angles intérieurs d'un triangle est de 180°.

$\angle A$, $\angle B$ et $\angle C$ sont intérieurs au ΔABC

$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180^\circ$

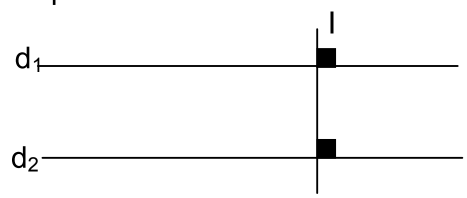


Énoncé 8 :

Deux droites perpendiculaires à une troisième sont parallèles entre elles.

Hypothèse : $d_1 \perp l$ et $d_2 \perp l$

Conclusion: $d_1 \parallel d_2$



Énoncé 9 :

Si des figures sont isométriques alors les éléments homologues sont isométriques.

Hypothèse : $\Delta ABC \cong \Delta EFG$

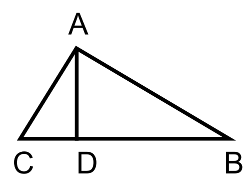
Conclusion: $\overline{AD} \cong \overline{EH}$

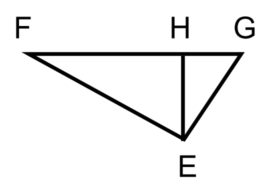
$\overline{AC} \cong \overline{EG}$

$\overline{AB} \cong \overline{EF}$

$\overline{BC} \cong \overline{FG}$

$\angle C \cong \angle G$, $\angle CAB \cong \angle GEF$, $\angle B \cong \angle F$





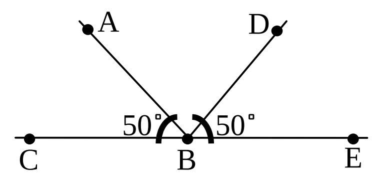
Énoncé 10 :

Deux quantités égales à une même troisième quantité sont égales entre-elles.
→ Transitivité

Hypothèse : $m\angle ABC = 50^\circ$

$m\angle DBE = 50^\circ$

Conclusion : $m\angle ABC = m\angle DBE$



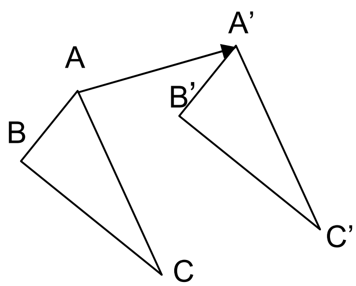
6. Isométries

Les translations, les rotations et les réflexions sont des transformations géométriques, appelées **isométries**, qui préservent la mesure des angles et des segments.

Les translations et les rotations de 180° ont de plus la propriété d'appliquer toute droite sur une droite qui lui est parallèle.

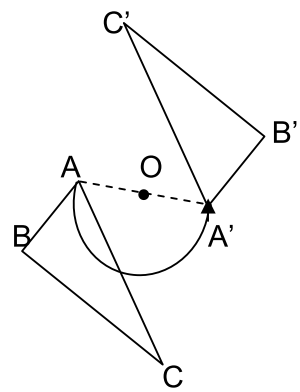
Ex :

1) Translation de A vers A'



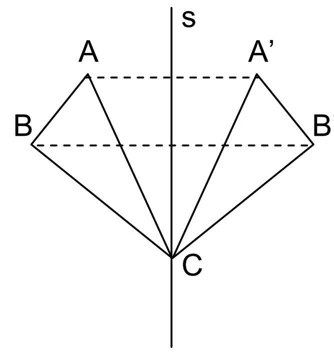
BC // B'C'

2) Rotation de 180° autour du centre O



BC // B'C'

3) Réflexion selon l'axe de réflexion S



Les isométries engendrent des figures isométriques :

$\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$

s'il existe une isométrie ou une suite isométries qui applique le triangle ABC sur le triangle A'B'C'.

Tous les segments et tous les angles homologues de ces figures ont la même mesure ou sont isométriques.

Éléments homologues : Suite à une transformation géométrique, ce sont les éléments qui se correspondent dans les 2 figures.

Symbole : **isométrique :** $\cong$

7. Raisonnement déductif

En géométrie, il existe divers types d'énoncés qui permettent de structurer un raisonnement déductif.

Conjecture : Énoncé considéré comme vrai mais qui n'a jamais été démontré.

Théorème : Une conjecture démontrée

Contre-exemple :

Un raisonnement logique qui permet d'établir des affirmations à partir de propriétés précédemment établies ou admises.

Démonstration :

Un raisonnement logique qui permet d'établir des affirmations à partir de propriétés précédemment établies ou admises.

Lors d'une démonstration, nous devons poser une ou des hypothèse(s) et une conclusion.

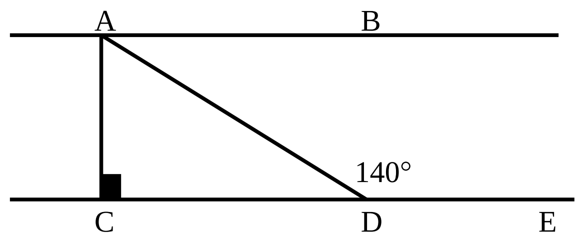
- Hypothèses : Ce sont les propriétés précédemment établies ou admises.
- Conclusion : C'est l'annonce de ce qu'il faut démontrer.

Nous devons également structurer notre preuve à partir d'affirmations. Chaque affirmation émise doit être justifiée.

- Affirmation : Ce sur quoi est basée la démonstration.
- Justification : Énoncé qui appuie l'affirmation.

Exemple :

Dans la figure ci-dessous, AB // CD et AC ⊥ CD. Démontre que la mesure de l'angle CAD égale à 50˚, sachant que la mesure de l'∠ADE = 140°.

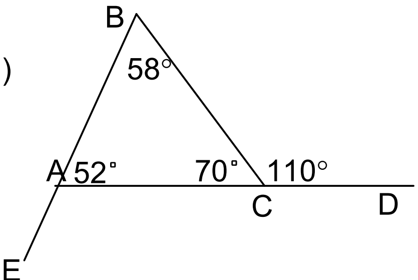


Affirmation	Justification
1. m ∠ CDA = 40˚	2 angles adjacents formant un angle plat sont supplémentaires
2. m ∠ CAD = 50˚	La somme des angles intérieurs d'un triangle égale 180˚

Exercices :

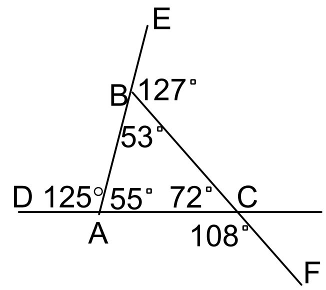
1. Trouve la mesure des angles selon la figure donnée :

a)



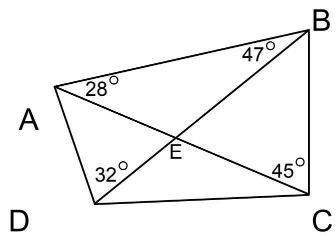
m ∠ EAC = 128˚

b)



m ∠ EBC = 127˚

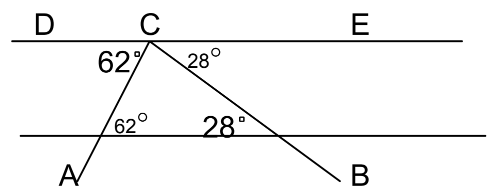
c)



m∠AEB=105˚, m∠AED=75˚, m∠BEC=75˚

m∠EBC=60˚, m∠DAE=73˚, m∠DEC=105˚

d) DE // AB



m∠ABC= 28˚, m∠ACD= 62˚

m∠ACB= 90˚

2. L'angle compris entre les côtés isométriques d'un triangle isocèle mesure 64°. Quelle est la valeur de chacun des deux autres angles ?

m∠B = m∠C=x

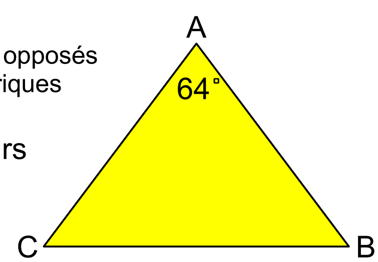
Dans un triangle isocèle, les angles opposés aux côtés isométriques sont isométriques

$x° + x° + 64° = 180°$ La somme des angles intérieurs d'un triangle égale 180˚

$2x° + 64° = 180°$

$2x° = 116°$

$x° = 58°$



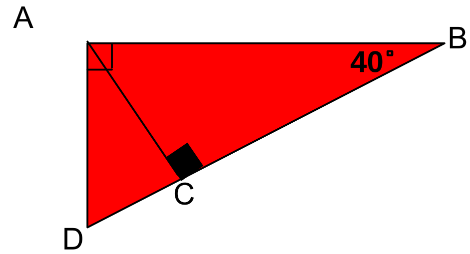
Réponse : 58°

3. Si ∠DAB et ∠ACB sont droits, trouve :

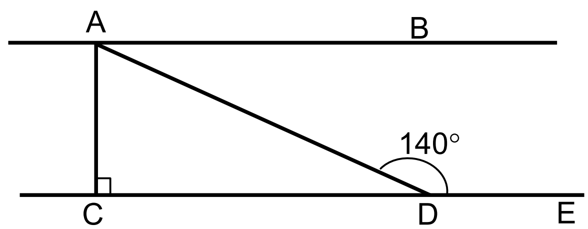
m∠ ADC = 50 °

m ∠ CAB = 50 °

m ∠ DAC = 40 °



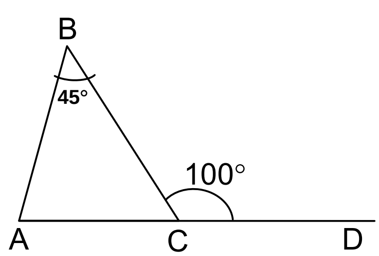
4. Dans la figure ci-dessous, AB // CD et AC ⊥ CD. On recherche la mesure de ∠ BAD sachant que m ∠ADE = 140°



Affirmations	Justifications
m ∠ CDA = 40°	2 angles adjacents formant un angle plat sont supplémentaires
m ∠ BAD = 40°	Les angles alternes-internes formés par des parallèles et une sécante sont isométriques

5. Dans la figure ci-dessous, l'angle B mesure 45° et l'angle BCD mesure 100°.

On veut déterminer la mesure de ∠ A.



Affirmations	Justifications
m ∠ ACB = 80°	2 angles adjacents formant un angle plat sont supplémentaires
m ∠ A = 55°	La somme des angles intérieurs d'un triangle égale 180°

6. Le périmètre d'un triangle isocèle mesure 68 cm et le côté compris entre les côtés isométriques mesure 20 cm. Quelle est la mesure de chacun des côtés isométriques ?

Posons x cm : la mesure d'un côté isométrique

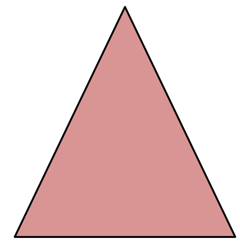
$x + x + 20 = 68$

$2x + 20 = 68$

$2x = 48$

$x = \frac{48}{2}$

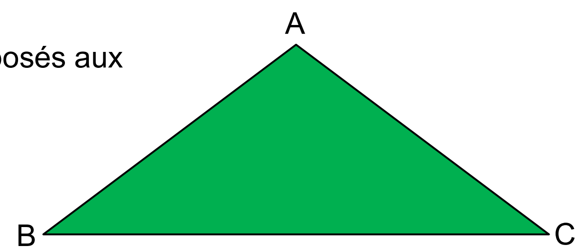
$x = 24$



réponse : 24 cm

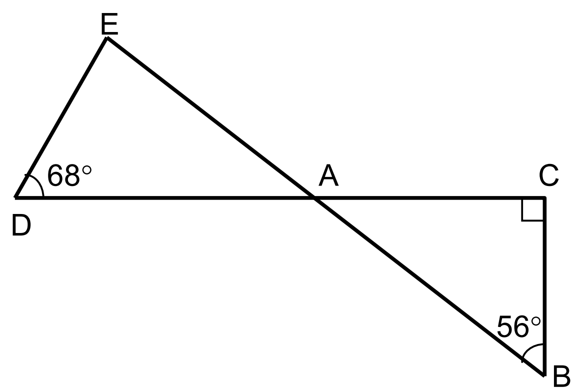
7. Les côtés isométriques d'un triangle isocèle sont $\overline{AB}$ et $\overline{AC}$. Quels sont les angles isométriques ?

Dans un triangle isocèle, les angles opposés aux côtés isométriques sont isométriques.



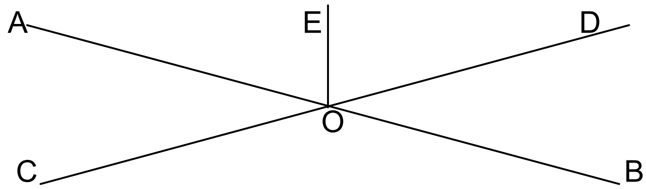
réponse : $\angle$B et $\angle$C

8. Dans la figure ci-dessous, l'angle C est droit et la mesure de l'angle D est 68°. De plus $\overline{BE}$ et $\overline{CD}$ se coupe en A. Si la mesure de l'angle B est de 56°, quelle est la mesure de l'angle E ?



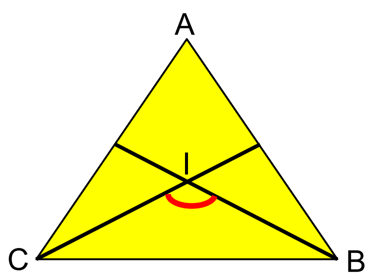
Affirmations	Justifications
m$\angle$CAB = 34°	La somme des angles intérieurs du $\Delta ABC = 180°$
m$\angle$EAD = 34°	Les angles EAD et CAB sont opposés par le sommet
m$\angle$E = 78°	La somme des angles intérieurs du $\Delta ADE = 180°$

9. Dans cette figure, ∠AOC est opposé par le sommet à ∠ BOD et OE est la bissectrice de ∠ AOD. L'angle AOC mesure 50°. Trouve la mesure de ∠ EOB.



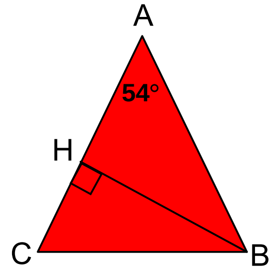
Affirmations	Justifications
m∠BOD = 50˚	Les angles AOC et BOD sont opposés par le sommet.
m∠AOD = 130˚	Les angles AOD et BOD sont adjacents et forment un angle plat.
m∠EOD = 65˚	OE est la bissectrice de l'angle AOD.
m∠EOB = 115˚	Les angles EOD et BOD sont adjacents.

10. ABC est un triangle équilatéral. Les bissectrices des angles B et C se coupent en un point I. Quelle est la mesure de ∠BIC ?



Affirmations	Justifications
m∠ACB = m∠ABC = 60˚	Dans un triangle équilatéral chaque angle mesure 60˚
m∠ICB = m∠IBC = 30˚	Car $\overline{CI}$ et $\overline{BI}$ sont respectivement les bissectrices des angles C et B
m∠CIB = 120˚	La somme des angles intérieurs du $\Delta CIB = 180°$

11. ABC est un triangle isocèle de sommet principal A. $\overline{BH}$ est la hauteur relative au côté $\overline{AC}$. Si m $\angle$A = 54°, détermine m $\angle$ HBC.



Affirmations	Justifications
m∠ABH = 36°	La somme des angles intérieurs du $\Delta AHB = 180°$
m∠ABC = 63°	Dans un triangle isocèle, les angles opposés aux côtés isométriques sont isométriques et la somme des angles intérieurs du $\Delta ABC = 180°$
m∠HBC = 27°	Les angles ABH et HBC sont adjacents et forment l'angle ABC. $(63° - 36° = 27°)$

8. Les triangles isométriques

Les énoncés 1, 2 et 3 présentent les **conditions minimales** pour avoir des triangles isométriques .

Énoncé 1 :

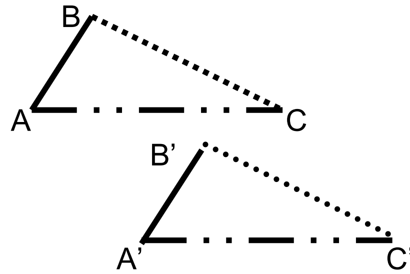
Deux triangles qui ont tous leurs côtés homologues isométriques sont nécessairement isométriques. C-C-C

$\overline{AB} \cong \overline{A'B'}$

$\overline{AC} \cong \overline{A'C'}$

$\overline{BC} \cong \overline{B'C'}$

$\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$



Énoncé2 :

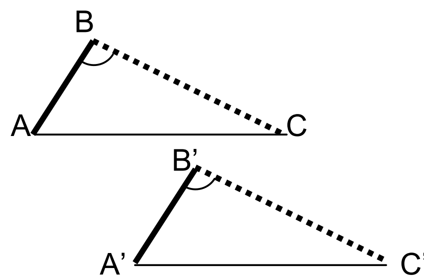
Deux triangles qui ont un angle isométrique compris entre des côtés homologues isométriques sont nécessairement isométriques. C-A-C

$\overline{AB} \cong \overline{A'B'}$

$\angle B \cong \angle B'$

$\overline{BC} \cong \overline{B'C'}$

$\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$



Énoncé 3 :

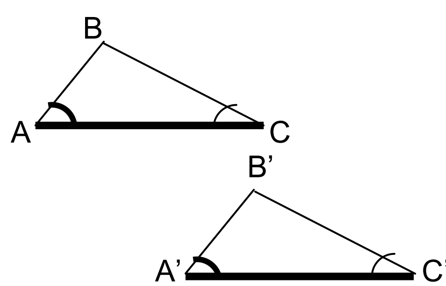
Deux triangles qui ont un côté isométrique compris entre des angles homologues isométriques sont nécessairement isométriques. A-C-A

$\angle A \cong \angle A'$

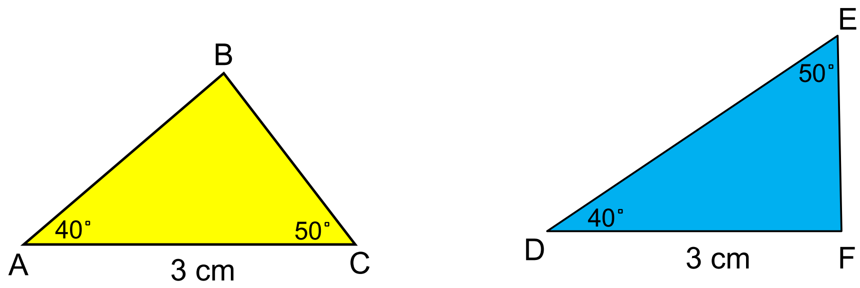
$\overline{AC} \cong \overline{A'C'}$

$\angle C \cong \angle C'$

$\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$

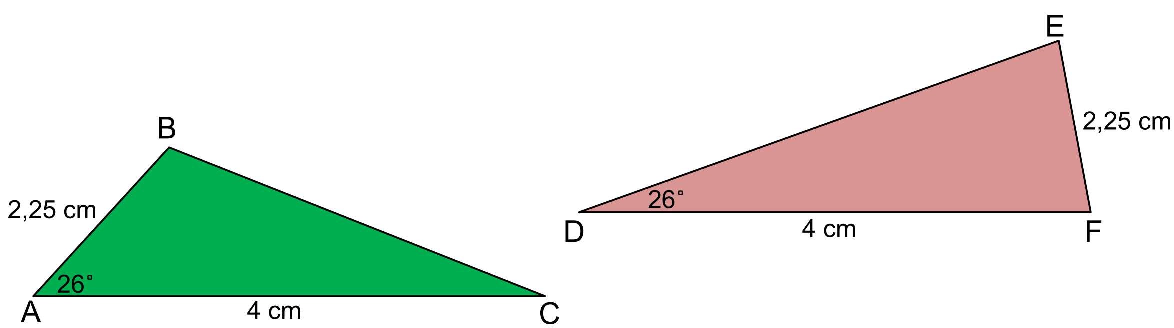


Pourquoi que ces deux triangles ne sont pas isométriques?



Il y a une paire de côtés isométriques et 2 paires d'angles isométriques mais dans le ΔDEF le côté isométrique n'est pas compris entre les angles isométriques donc les triangles ne sont pas isométriques par A-C-A.

Pourquoi que ces deux triangles ne sont pas isométriques?

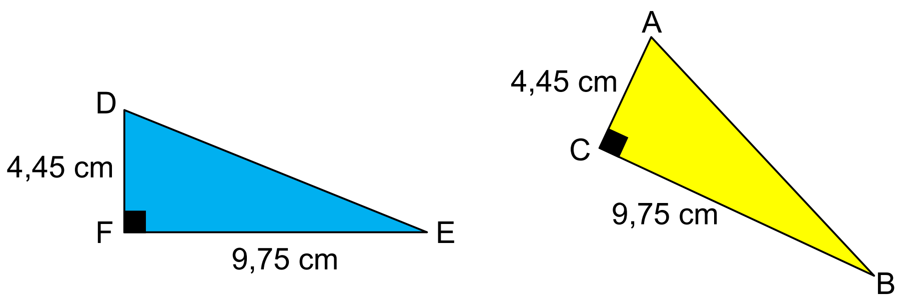


Il y a une paire d'angles isométriques et 2 paires de côtés isométriques mais dans le ΔDEF l'angle isométrique n'est pas compris entre les côtés isométriques donc les triangles ne sont pas isométriques par C-A-C.

Exercices :

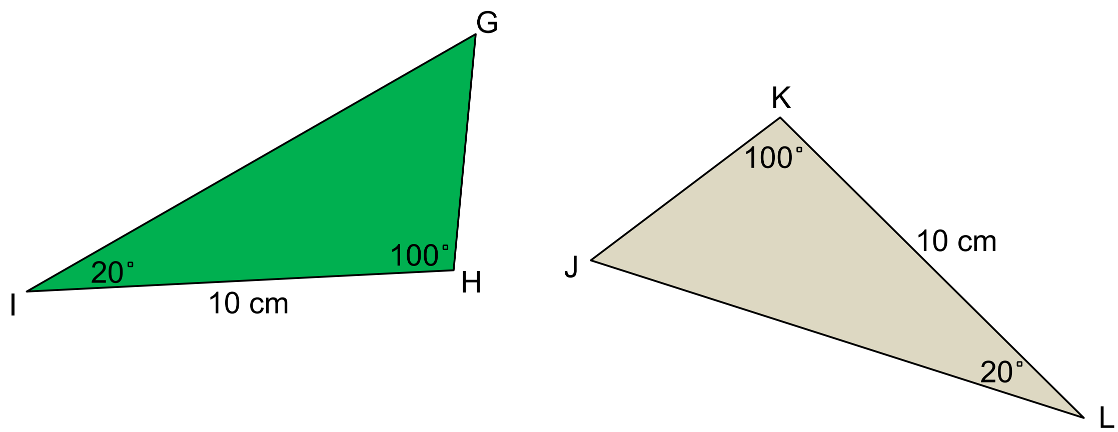
1. Quel énoncé géométrique permet d’affirmer que les deux triangles sont isométriques.

a)



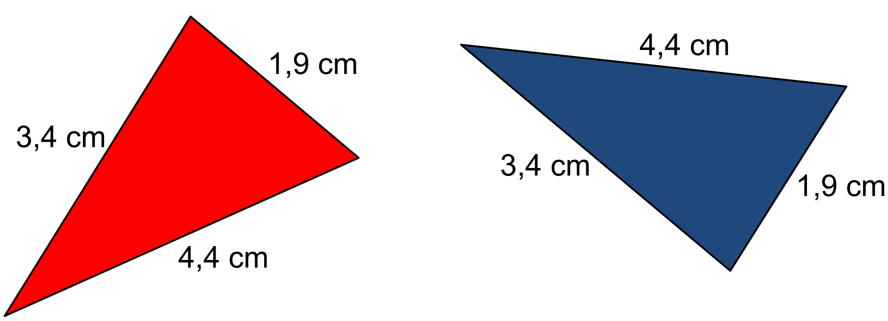
C-A-C

b)



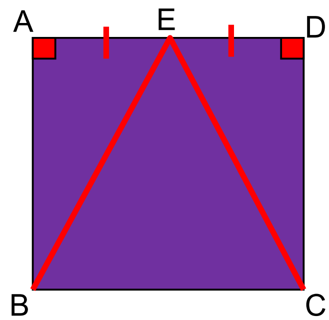
A-C-A

c)



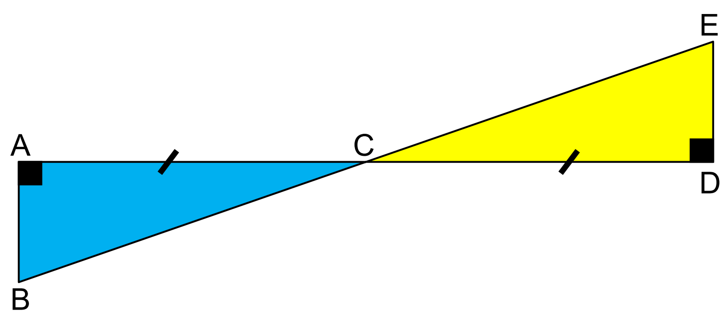
C-C-C

2. Dans le carré ci-dessous, nous avons relié le point milieu E du segment AD aux deux sommets B et C. Démontre que les triangles ABE et DCE sont isométriques.



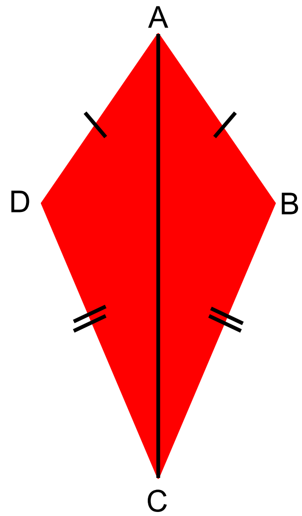
	Affirmations	Justifications
1.	$\overline{AE} \cong \overline{ED}$	E est le point milieu du segment AD
2.	$\angle A \cong \angle D$	Dans un carré les angles sont droits
3.	$\overline{AB} \cong \overline{DC}$	Dans un carré les côtés opposés sont isométriques
4.	$\Delta AEB \cong \Delta DEC$	C-A-C

3. Dans la figure ci-dessous, les segments AD et BE se croisent au point C. De plus C est au milieu de $\overline{AD}$. Montre que les triangles ABC et CDE sont isométriques.



	Affirmations	Justifications
1.	$\angle A \cong \angle D$	$\angle A$ *et* $\angle D$ sont des angles droits sur le dessin.
2.	$\overline{AC} \cong \overline{CD}$	C est le point milieu du segment AD
3.	$\angle ACB \cong \angle DCE$	les $\angle ACB$ *et* $\angle DCE$ sont des angles opposés par le sommet.
4.	$\Delta ACB \cong \Delta DCE$	A-C-A

4. Sachant que dans un cerf-volant, les côtés adjacents sont isométriques deux à deux. Démontre que la diagonale AC du cerf-volant ABCD ci-dessous détermine deux triangles isométriques.



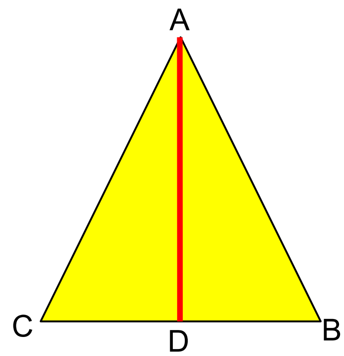
Affirmations	Justifications
1. $\overline{AD} \cong \overline{AB}$	Paire de côtés isométriques du cerf-volant (voir dessin)
2. $\overline{DC} \cong \overline{BC}$	Paire de côtés isométriques du cerf-volant (voir dessin)
3. $\overline{AC} \cong \overline{AC}$	Côtés communs aux 2 triangles
4. $\Delta ACD \cong \Delta ACB$	C-C-C

5. Dans le triangle isocèle ABC (où les côtés $\overline{AB}$ et $\overline{AC}$ sont isométriques), $\overline{AD}$ est la bissectrice de l'angle CAB. Démontrer que les triangles ADC et ADB sont isométriques.

Hypothèses : $\overline{AC} \cong \overline{AB}$

$\overline{AD}$ est la bissectrice de l'angle CAB

Conclusion : $\Delta ACD \cong \Delta ABD$



	Affirmation	Justification
1.	$\overline{AC} \cong \overline{AB}$	Côtés isométriques du triangle isocèle ABC
2.	$\angle \mathrm{CAD} \cong \angle \mathrm{BAD}$	$\overline{AD}$ est la bissectrice de l'angle CAB
3.	$\overline{AD} \cong \overline{AD}$	Côtés communs aux 2 triangles
4.	$\Delta ACD \cong \Delta ABD$	C-A-C

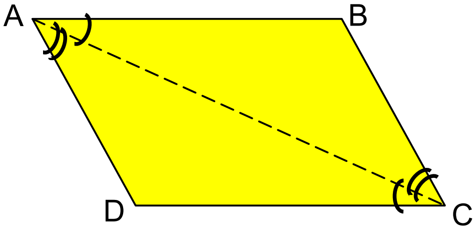
6. Démontre que les côtés opposés d'un parallélogramme sont isométriques.

Hypothèses : ABCD est un parallélogramme

$\overline{AC}$ est la diagonale du parallélogramme

Conclusion : $\overline{AD} \cong \overline{BC}$

$\overline{AB} \cong \overline{DC}$



Construction : On trace la diagonale AC du parallélogramme ABCD.

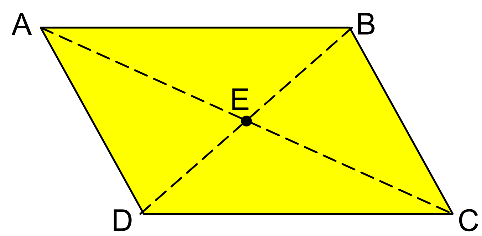
	Affirmation	Justification
1.	$\angle CAD \cong \angle ACB$	Les angles alternes-internes formés par des parallèles et une sécante sont isométriques.
2.	$\overline{AC} \cong \overline{AC}$	Côtés communs aux 2 triangles
3.	$\angle CAB \cong \angle ACD$	Les angles alternes-internes formés par des parallèles et une sécante sont isométriques.
4.	$\Delta ACD \cong \Delta ABC$	A-C-A
5.	$\overline{AB} \cong \overline{DC}$	Dans des triangles isométriques les côtés homologues sont isométriques.
	$\overline{AD} \cong \overline{BC}$	

7. Démontre que les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.

Hypothèses : ABCD est un parallélogramme

Conclusion : $\overline{AE} \cong \overline{EC}$

$\overline{DE} \cong \overline{EB}$



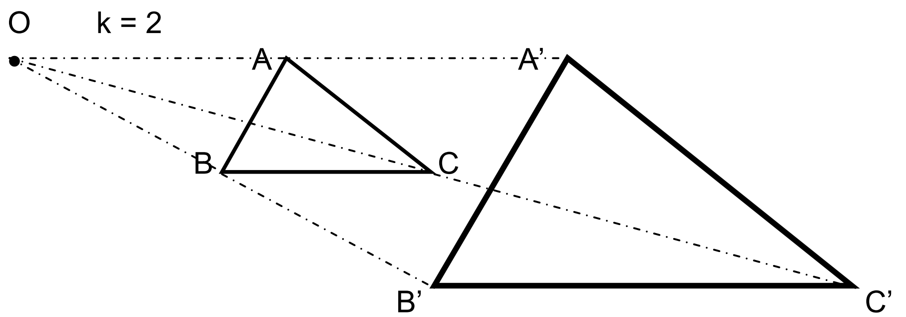
Construction : On trace la diagonale AC du parallélogramme ABCD.

	Affirmation	Justification
1.	$\angle CAB \cong \angle ACD$	Les angles alternes-internes formés par des parallèles et une sécante sont isométriques.
2.	$\overline{AB} \cong \overline{DC}$	Les côtés opposés d'un parallélogramme sont isométriques.
3.	$\angle ABD \cong \angle BDC$	Les angles alternes-internes formés par des parallèles et une sécante sont isométriques.
4.	$\Delta AEB \cong \Delta CED$	A-C-A
5.	$\overline{AE} \cong \overline{CE}$	Dans des triangles isométriques les côtés homologues sont isométriques.
	$\overline{BE} \cong \overline{DE}$	

9. Homothétie

Une **homothétie** est une transformation géométrique définie par **son centre** et par **son rapport d'homothétie k**. Appliquée sur une figure, elle produit une image qui correspond à un agrandissement de la figure initiale (si k >1) ou à une réduction de celle-ci (si 0 < k < 1).

Ex : Une homothétie de centre O et dont la rapport d'homothétie est 2.



$$k = \frac{m\overline{OA'}}{m\overline{OA}}$$

ou

$$k = \frac{m\overline{A'B'}}{m\overline{AB}}$$

Les homothéties engendrent des figures semblables :

$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$

s'il existe une isométrie, une homothétie ou une suite d'isométries ou d'homothéties qui applique le triangle ABC sur le triangle A'B'C'.

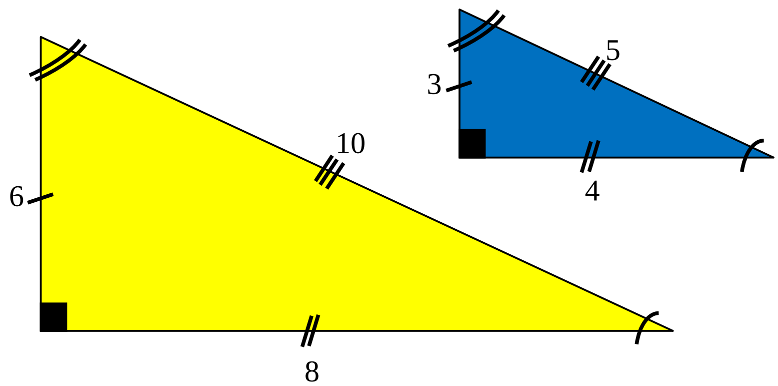
Tous les angles homologues sont isométriques et les côtés homologues sont de longueurs proportionnelles.

10. Les triangles semblables

Dans des figures ou des solides semblables, les mesures des segments homologues (côtés, diagonales, hauteurs, médianes, médiatrices, apothèmes…) sont proportionnelles (rapport égal au rapport de similitude). Les angles sont isométriques.

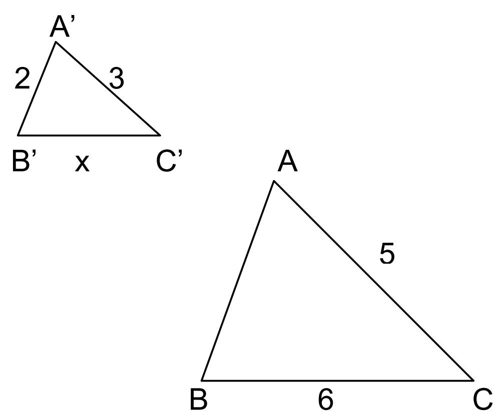
$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$

$$\frac{P}{G} : \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10}$$



Dans des triangles semblables, les **côtés opposés aux angles isométriques** sont **homologues**.

Ex. : Comme ΔABC ~ ΔA’B’C’, nous pouvons trouver la mesure de $\overline{B'C'}$:



$$\frac{P}{G} : \frac{3}{5} = \frac{m\overline{B'C'}}{6}$$

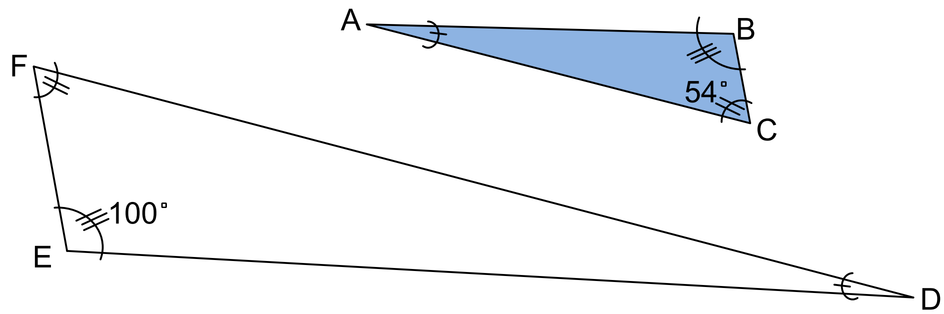
$$m\overline{B'C'} = \frac{3 \times 6}{5} = 3,6$$

Réponse : $m\overline{B'C'}$ = 3,6

Exercices :

1. Chaque paire de triangles sont semblables, vous devez trouver :

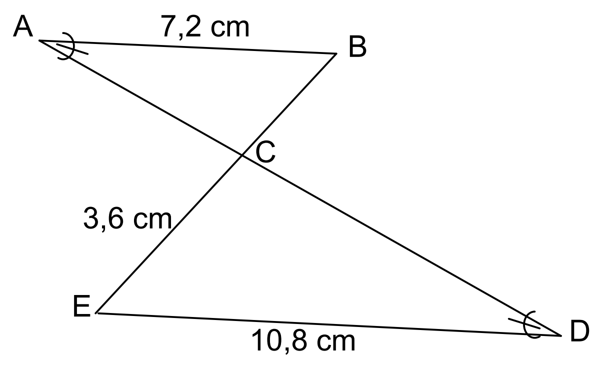
   a) La mesure de l'angle A :



1. $m\angle F = 54°$ Dans des triangles semblables les angles homologues sont isométriques.
2. $m\angle D = 26°$ La somme des angles intérieurs d'un triangle égale 180°.
3. $m\angle A = 26°$ Dans des triangles semblables les angles homologues sont isométriques.

Réponse : $m\angle A = 26°$

   b) La mesure de $\overline{BC}$:

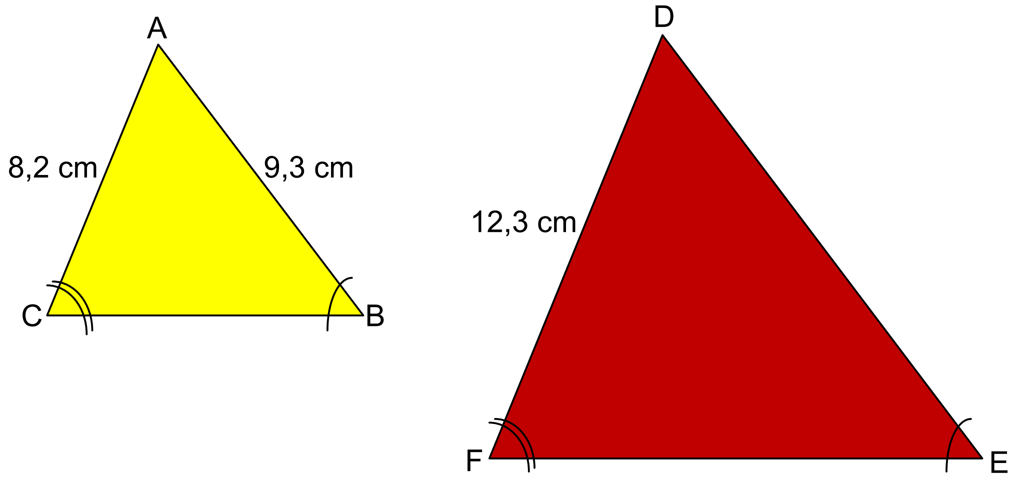


$\frac{P}{G} : \frac{7{,}2}{10{,}8} = \frac{m\overline{BC}}{3{,}6}$ Dans des triangles semblables les longueurs des côtés homologues sont proportionnelles.

$m\overline{BC} = \frac{7{,}2 \times 3{,}6}{10{,}8} = 2{,}4\ cm$ produit croisé

Réponse : 2,4 cm

c) La mesure de $\overline{DE}$:



$\frac{P}{G} : \frac{8,2}{12,3} = \frac{9,3}{m\overline{DE}}$ Dans des triangles semblables les longueurs des côtés homologues sont proportionnelles.

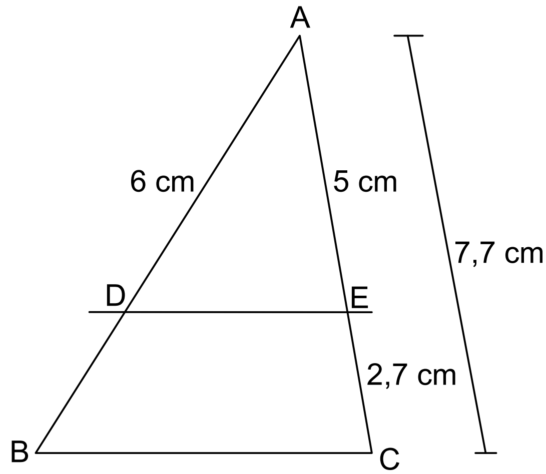
$m\overline{DE} = \frac{12,3 \times 9,3}{8,2} = 13,95\ cm$ produit croisé

Réponse : 13,95 cm

d) $Si\ \overline{DE}//\overline{BC}$, quelle est la mesure de $\overline{AB}$?

$\frac{P}{G} : \frac{5}{7,7} = \frac{6}{m\overline{AB}}$

$m\overline{DE} = \frac{7,7 \times 6}{5} = 9,24\ cm$



Réponse : 9,24 cm

Les énoncés 1, 2 et 3 sont les <u>**conditions minimales**</u> pour avoir des <u>**triangles semblables**</u> .

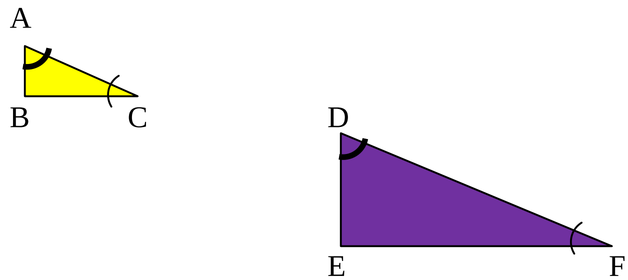
<u>Énoncé 1</u> :

Deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables (A-A).

$\angle A \cong \angle D$

$\angle C \cong \angle F$

$\Delta ABC \sim \Delta DEF$

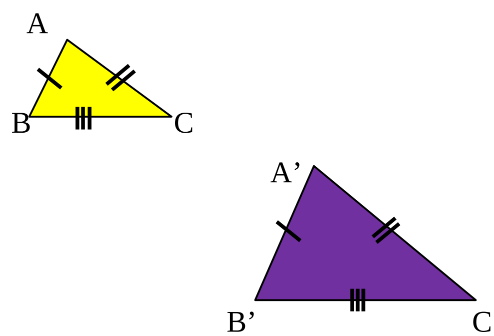


<u>Énoncé 2</u> :

Deux triangles dont les mesures des côtés homologues sont proportionnelles sont semblables (C-C-C).

$$\frac{m\overline{AB}}{m\overline{A'B'}} = \frac{m\overline{AC}}{m\overline{A'C'}} = \frac{m\overline{BC}}{m\overline{B'C'}}$$

$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$



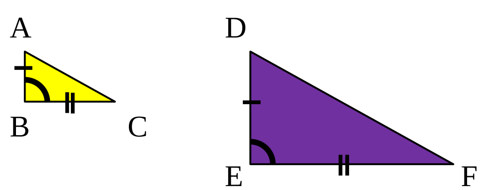
<u>Énoncé 3</u> :

Deux triangles possédant un angle isométrique compris entre des côtés homologues de longueurs proportionnelles sont semblables (C-A-C).

$$\frac{m\overline{AB}}{m\overline{DE}} = \frac{m\overline{BC}}{m\overline{EF}}$$

$\angle B \cong \angle E$

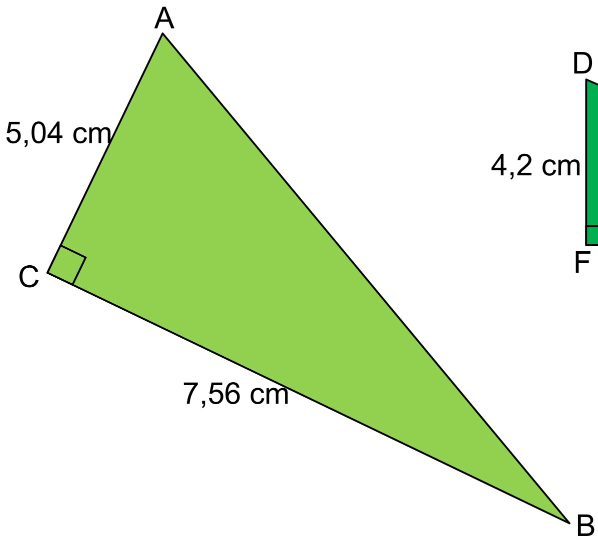
$\Delta ABC \sim \Delta DEF$

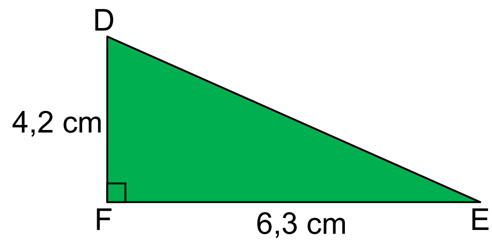


Exercices :

1. Quel énoncé permet d’affirmer que les deux triangles sont semblables?

a)





$$\frac{4{,}2}{5{,}04} = \frac{6{,}3}{7{,}56}$$

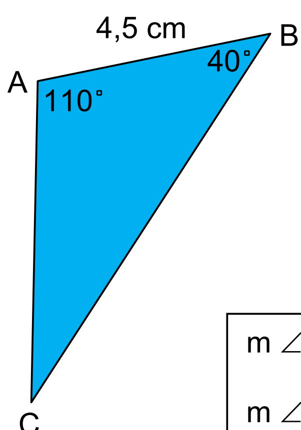
$$4{,}2 \times 7{,}56 = 5{,}04 \times 6{,}3$$

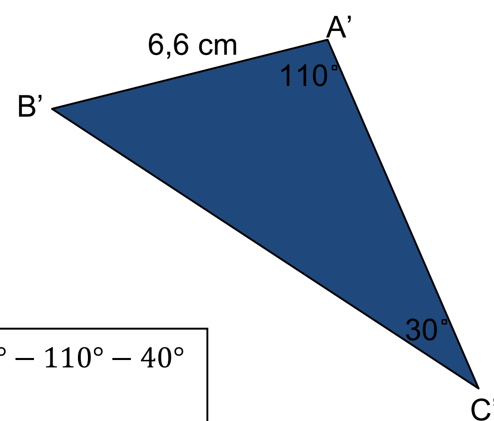
$$31{,}752 = 31{,}752$$

Les mesures des côtés homologues sont proportionnelles

C-A-C

b)





m $\angle C = 180° - 110° - 40°$

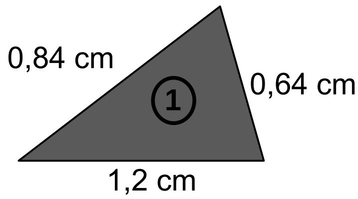
m $\angle C = 30°$

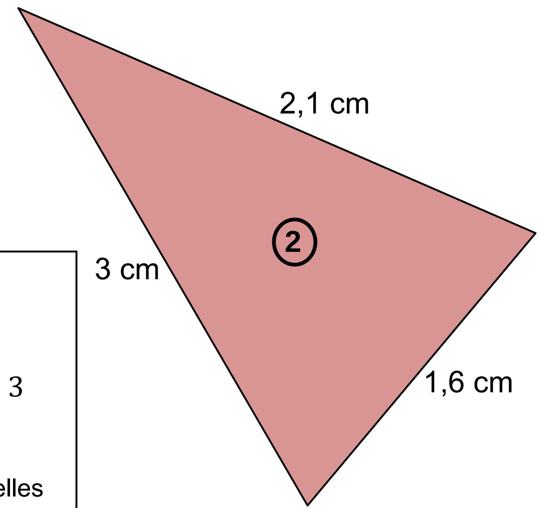
$\angle A \cong \angle A'$ (110° chacun)

$\angle C \cong \angle C'$ (30° chacun)

A - A

c)





$$\frac{0{,}64}{1{,}6} = \frac{0{,}84}{2{,}1} = \frac{1{,}2}{3}$$

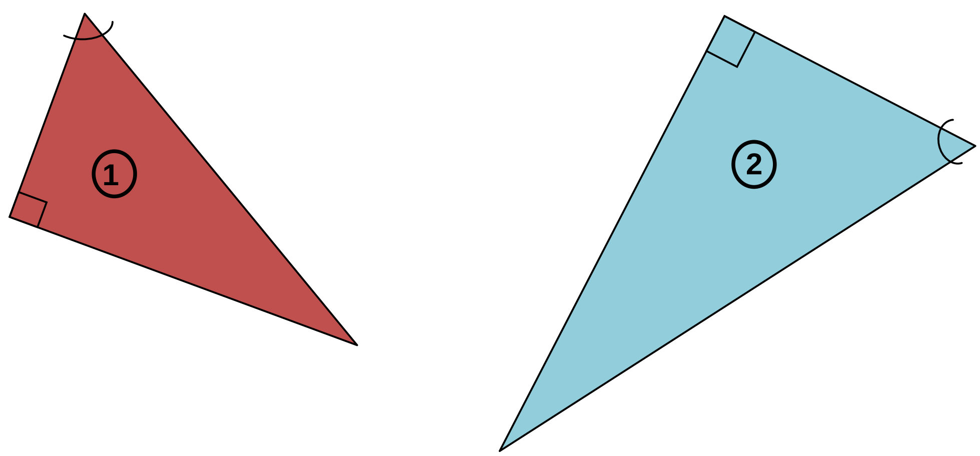
$$0{,}64 \times 2{,}1 = 1{,}6 \times 0{,}84 \quad et \quad 2{,}1 \times 1{,}2 = 0{,}84 \times 3$$
$$1{,}344 = 1{,}344 \qquad\qquad 2{,}52 = 2{,}52$$

Les mesures des côtés homologues sont proportionnelles

C-C-C

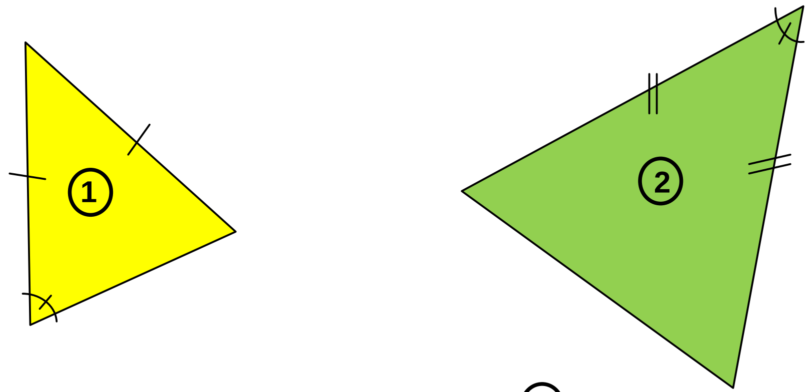
2. Pour chaque paire de triangles, indiquez celles dont les triangles sont nécessairement semblables et par quel énoncé.

a)



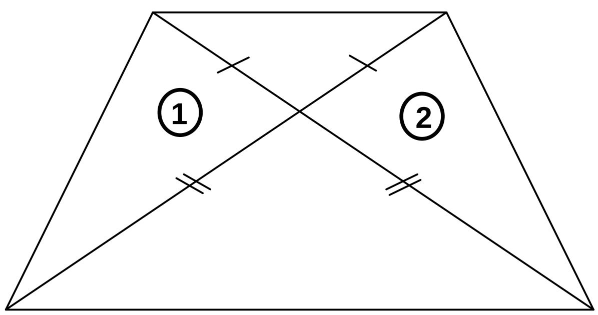
nécessairement semblables par **A-A**

b)



Pas nécessairement semblables car dans le Δ 1 l'angle isométrique n'est pas entre les côtés homologues.

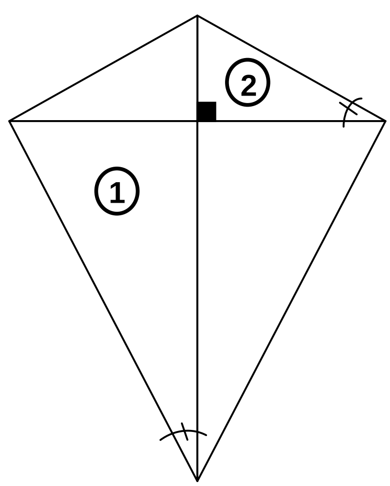
c)



nécessairement semblables par **C-A-C**

nécessairement isométriques par **C-A-C**

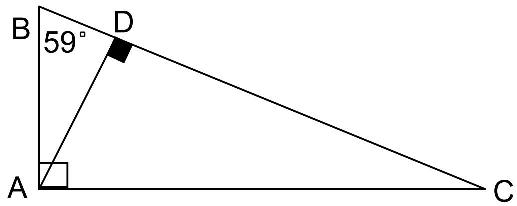
d)



nécessairement semblables par **A-A**

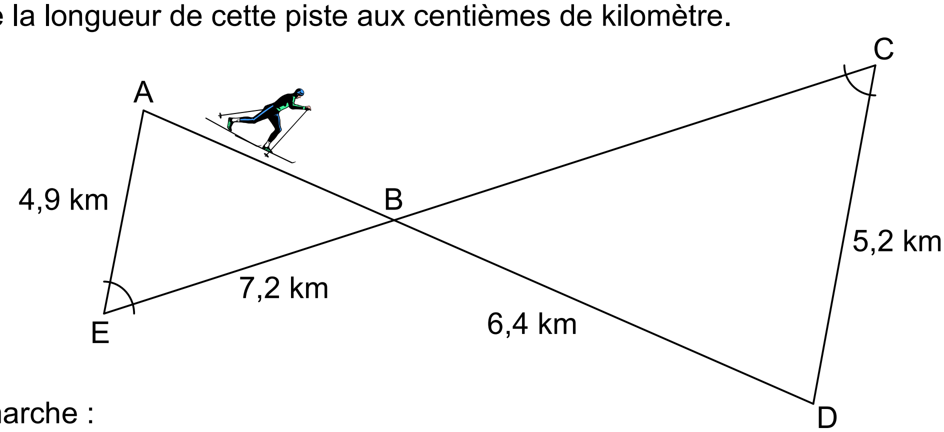
La somme des angles intérieurs du ΔABC = 180˚

3. Dans la figure ci-dessous, le triangle ABC est rectangle en A et $\overline{AD}$ est une hauteur. La mesure de l'angle B est de 59°. Prouve que les triangles ABC et ADC sont semblables.



	Affirmation	Justification
1.	$\angle C \cong \angle C$	Angle commun aux 2 triangles
2.	$\angle BAC \cong \angle ADC$	Le triangle ABC est rectangle en A et $\overline{AD}$ est une hauteur
3.	$\Delta BAC \cong \Delta ADC$	**A - A**

4. La piste de ski de fond illustrée ci-contre est formée de deux triangles semblables. Calcule la longueur de cette piste aux centièmes de kilomètre.



Démarche :

$$\left.\frac{4{,}9}{5{,}2} = \frac{m\overline{AB}}{6{,}4} \qquad \frac{4{,}9}{5{,}2} = \frac{7{,}2}{m\overline{BC}}\right\}$$ Dans des triangles semblables, les mesures des côtés homologues sont proportionnelles

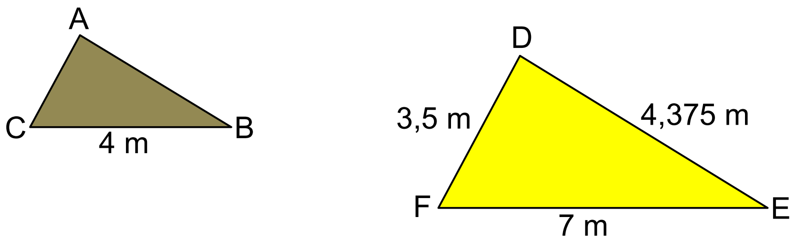
$$m\overline{AB} = \frac{4{,}9 \times 6{,}4}{5{,}2} \qquad m\overline{BC} = \frac{5{,}2 \times 7{,}2}{4{,}9}$$

$$m\overline{AB} = 6{,}03 \qquad m\overline{BC} = 7{,}64$$

Longueur de la piste de ski de fond : $6{,}03 + 6{,}4 + 5{,}2 + 7{,}64 + 7{,}2 + 4{,}9 = 37{,}37$

Réponse : 37,37 km

5. Sachant que $\Delta\, ABC$ et $\Delta\, DEF$ sont semblables, trouve le périmètre de $\Delta\, ABC$:



Démarche :

$$\frac{4}{7} = \frac{m\overline{AB}}{4{,}375} \qquad \frac{4}{7} = \frac{m\overline{AC}}{3{,}5}$$

Dans des triangles semblables, les mesures des côtés homologues sont proportionnelles

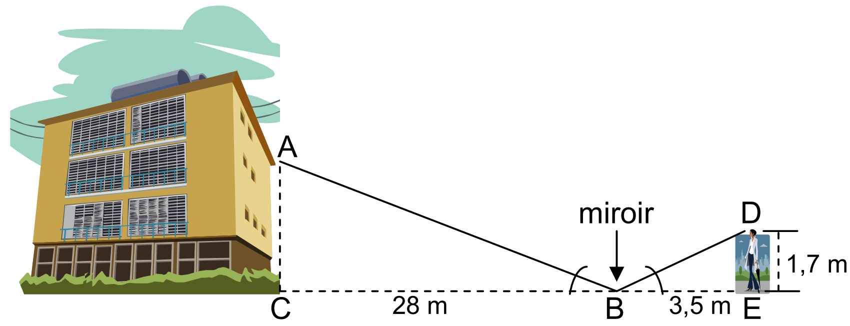
$$m\overline{AB} = \frac{4 \times 4{,}375}{7} \qquad m\overline{AC} = \frac{4 \times 3{,}5}{7}$$

$$m\overline{AB} = 2{,}5 \qquad m\overline{AC} = 2$$

Périmètre du $\Delta\, ABC$: $2 + 2{,}5 + 4 = 8{,}5$

Réponse : 8,5 m

6. Quelle est la hauteur de l'immeuble?



1) $\angle C \cong \angle E$ Ces angles sont droits car ils correspondent à des hauteurs.

2) $\angle ABC \cong \angle DBE$ Voir dessin

3) $\Delta BAC \sim \Delta ADC$ **A - A**

4) $\frac{3,5}{28} = \frac{1,7}{m\overline{AC}}$ Dans des triangles semblables, les mesures des côtés homologues sont proportionnelles

$$m\overline{AC} = \frac{28 \times 1,7}{3,5}$$

$$m\overline{AC} = 13,6$$

Réponse : 13,6 m