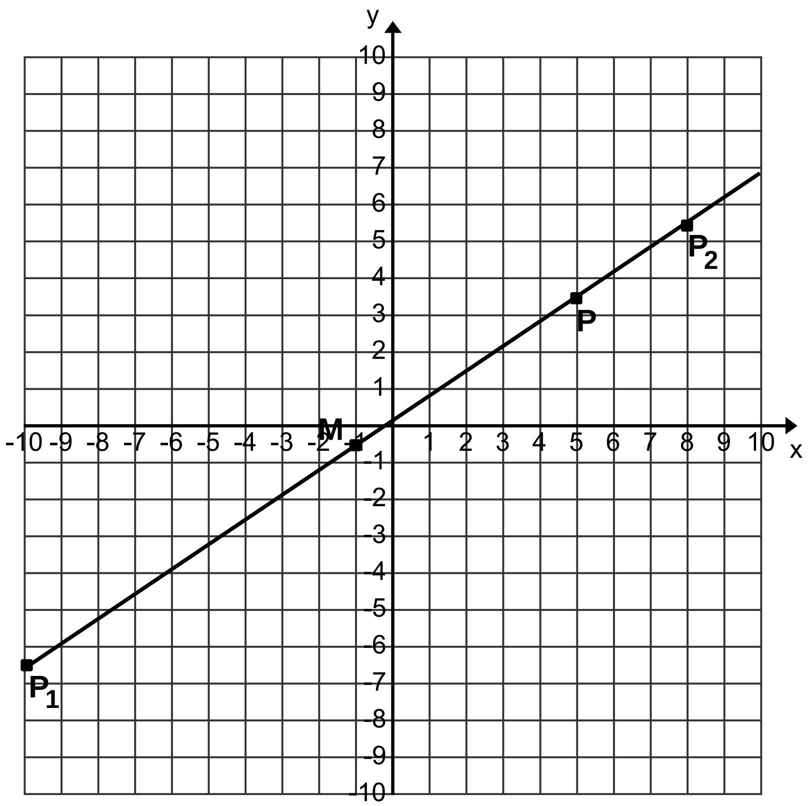
Mathématique : Culture, Société et Technique
$4^{ème}$ secondaire

Géométrie analytique de la droite:

- Distance entre 2 points
- Point milieu
- Point partage
- Équation d'une droite

y = ax + b



nom : ______________________________________

groupe : ______

Dans ce module, les figures ne sont pas nécessairement à l'échelle.

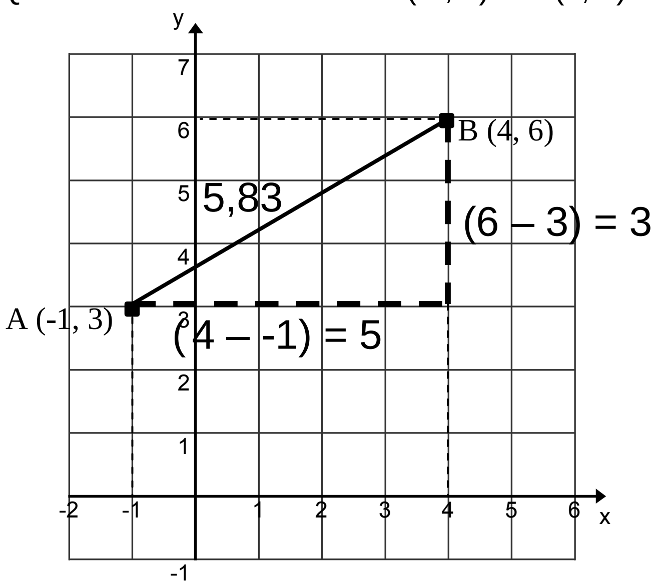
1. Distance entre deux points

Pour trouver la distance entre $P_1(x_1, y_1)$ et $P_2(x_2, y_2)$, applique la formule suivante :

$$\boxed{d(P_1, P_2) = \sqrt{\left((x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2\right)}}$$

À l'origine de cette formule, nous retrouvons la relation de Pythagore :

Exemple : Quelle est la distance entre A(-1, 3) et B(4, 6) ?



$$d(A, B) = \sqrt{(4 - -1)^2 + (6 - 3)^2}$$

$$d(A, B) = \sqrt{5^2 + 3^2}$$: Relation de Pythagore

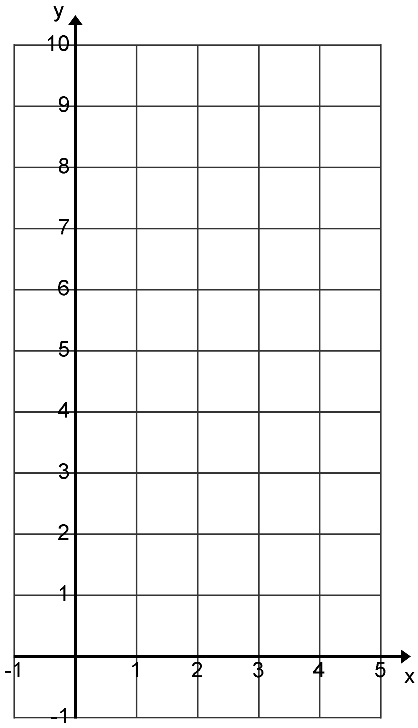
$$d(A, B) = \sqrt{25 + 9}$$

$$d(A, B) = \sqrt{34}$$

$$d(A, B) \approx 5,83$$

Exercices :

1. Quelle est la distance entre M(1, 5) et N(4, 9) ?



d(M, N) = $m\overline{MN} = \sqrt{\left((\_\_\_\_\_)^2 + (\_\_\_\_\_)^2\right)}$

____

____

____

réponse :______

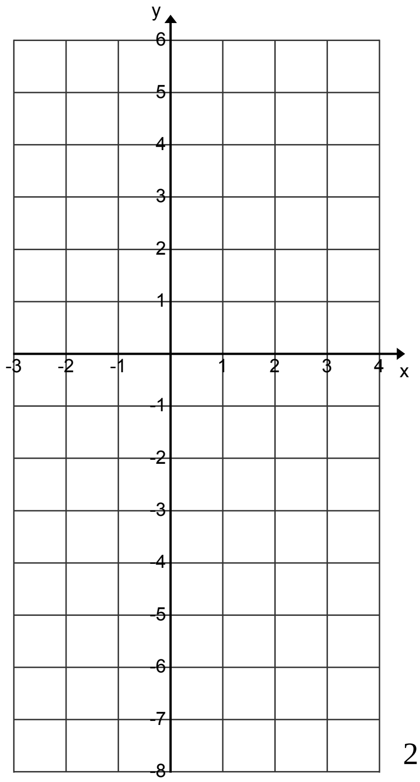
2. Un segment AB a pour extrémités les points A(-3, 6) et B(4, -8). Trouve la longueur (la mesure) de ce segment en complétant ce qui suit :
(m $\overline{AB}$: la mesure du segment AB)

d(A, B) = $m\overline{AB} = \sqrt{\left((\_\_\_\_\_)^2 + (\_\_\_\_\_)^2\right)}$

____

____

____



3. Calcule la distance entre les points donnés ci-dessous (arrondis tes réponses au centième près).

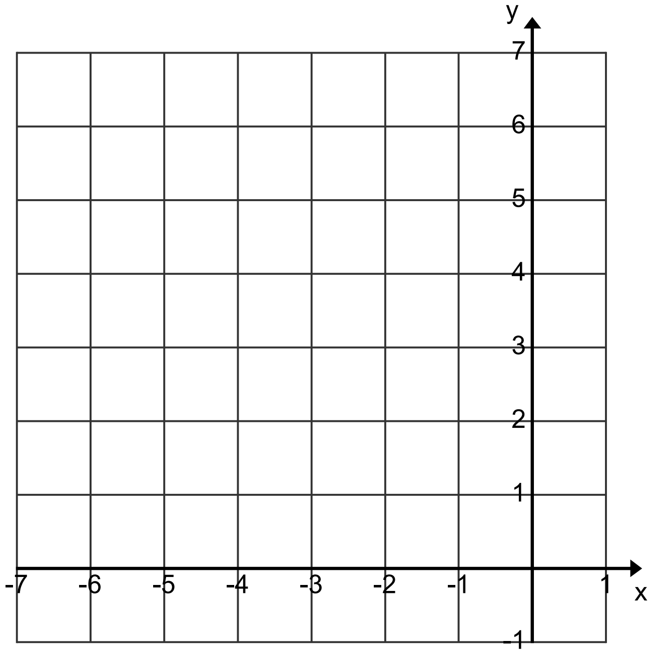
a) (1, 5) et (4, 9) : ______ b) (-1, 3) et (2, 1) : ______

c) (2, 1) et (5, -1) : ______ d) (10, -6) et (-5, -1) : ______

e) (0, 0) et (-5, 12) : ______ f) (-3, 6) et (-3, 11) : ______

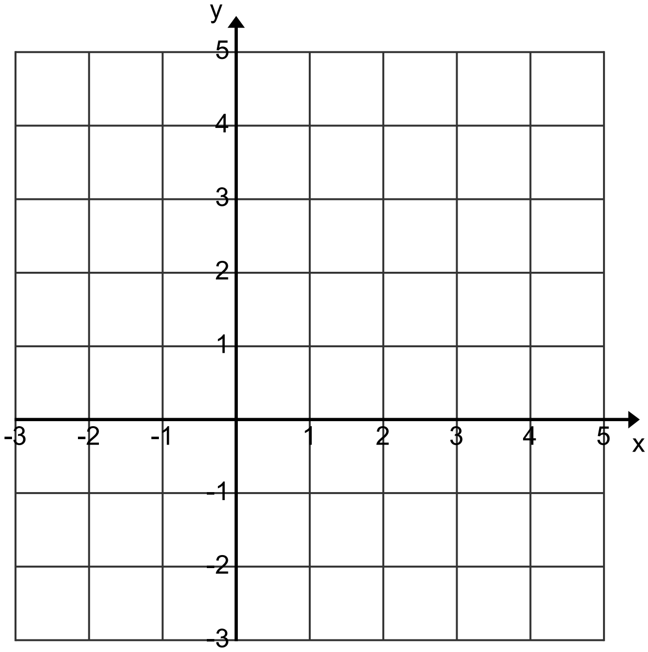
g) (-4, 3) et (6, 3) : ______ h) (1,21 , -3,6) et (-4,1 , -0,9) : ______

4. Les sommets d'un triangle ont pour coordonnées : A(0, 4), B(-3, 4) et C(-7,6). Quel est le périmètre de ce triangle ?



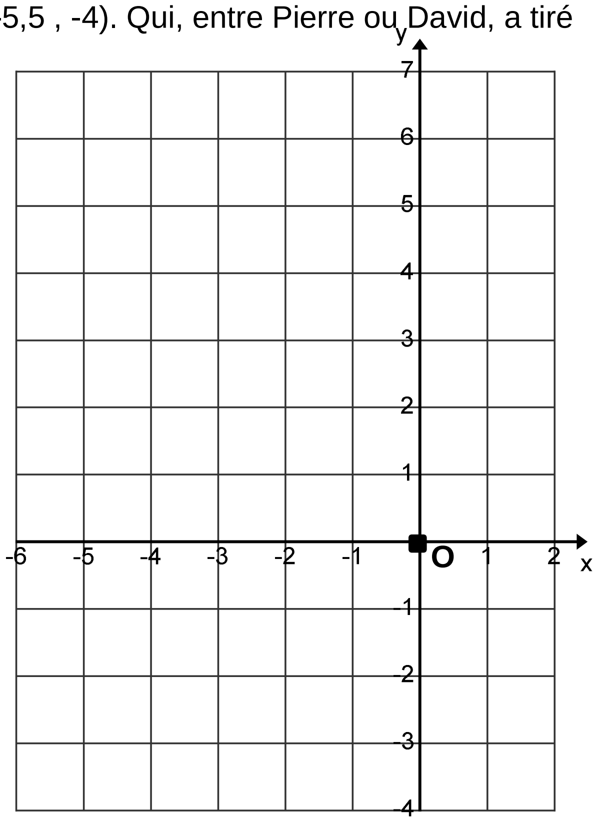
réponse :____________

5. Est-ce que le triangle, dont les sommets sont : A(2, 4), B(-3, -3) et C(3, 5), est isocèle ?



réponse :___________

6. Pierre et David utilisent une feuille sur laquelle est tracé un système de coordonnées cartésiennes comme cible pour le tir à l'arc. La flèche tirée par Pierre atteint le point (2, 7) et celle tirée par David atteint le point (-5,5 , -4). Qui, entre Pierre ou David, a tiré sa flèche le plus près de l'origine ?



réponse : ___________________

2. **Point milieu**

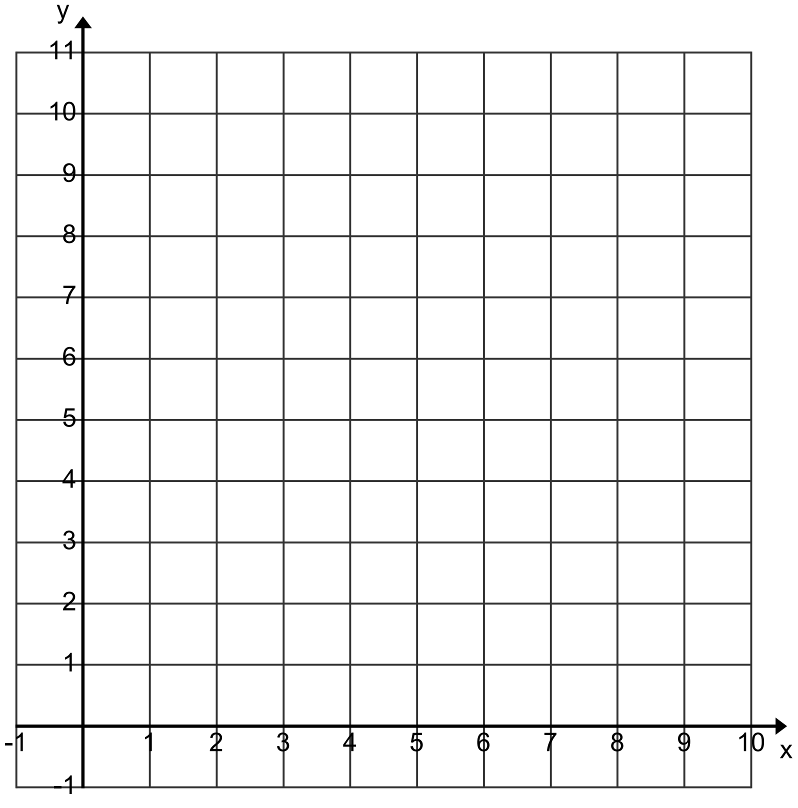
Le point milieu consiste à faire la moyenne des x ainsi que la moyenne des y des coordonnées des extrémités du segment.

Pour trouver les coordonnées du point milieu M du segment P_1P_2 où $P_1(x_1, y_1)$ et $P_2(x_2, y_2)$, applique la formule suivante :

$$\boxed{M\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)}$$

Exemple :

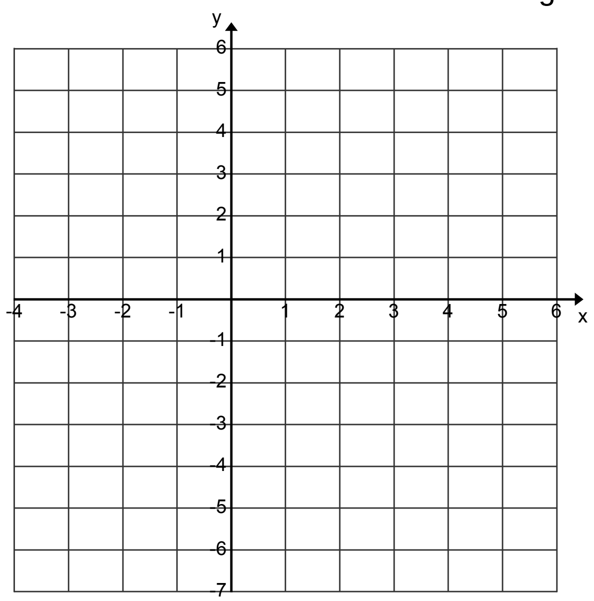
Trouve les coordonnées du point milieu du segment AB où les coordonnées de A sont (4, 5) et celles de B sont (10, 11).



Réponse : ___________

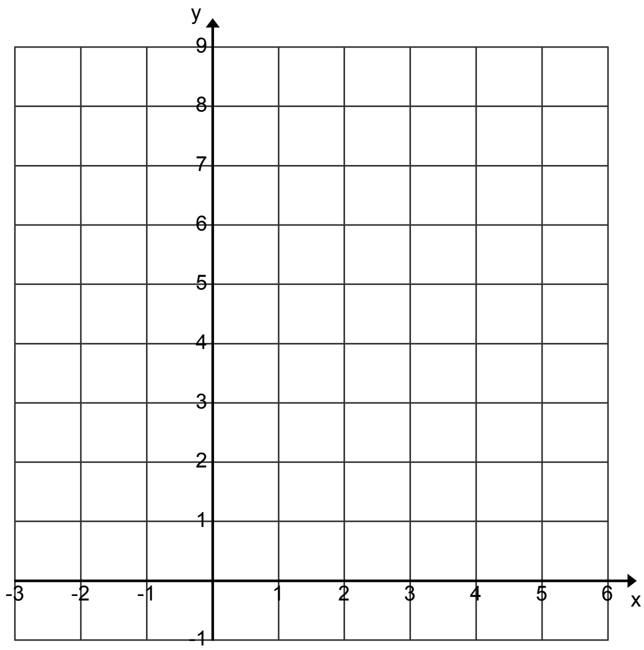
Exercice :

1. Trouve les coordonnées du milieu du segment dont les extrémités sont (-4, 6) et (6, -7).



réponse : _____________

2. Un triangle a comme sommets les points A(-2, 4), B(5, 8) et C(0, 6). On te demande de trouver les coordonnées du milieu de chacun des côtés du triangle.

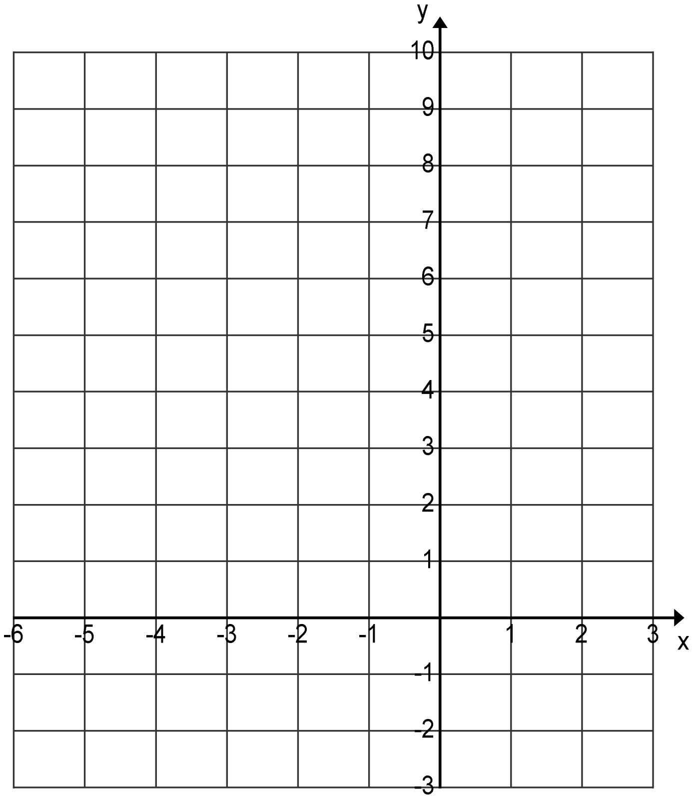


M_1 : milieu de $\overline{AB}$

M_2 : milieu de $\overline{AC}$

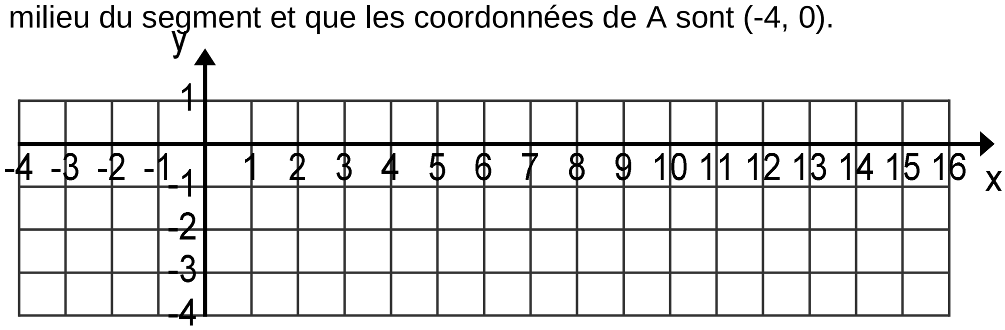
M_3 : milieu de $\overline{BC}$

3. Sachant que M(-2, 4) est le milieu du segment AB et que les coordonnées de B sont (-6, 10), trouve les coordonnées du point A.



réponse :______________

4. Trouve les coordonnées de l'extrémité B d'un segment AB sachant que M(5, -1) est le milieu du segment et que les coordonnées de A sont (-4, 0).



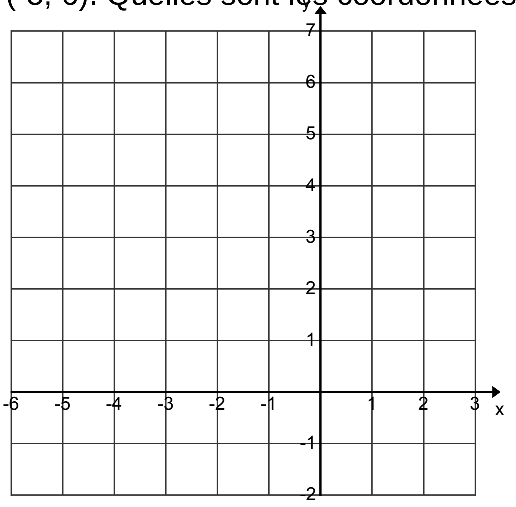
réponse :________

5. Trouver les coordonnées du point milieu du segment reliant les points suivants :

a) (-6, 2) et (8, 0) ___________ c) (0, 0) et (-9, 4) __________

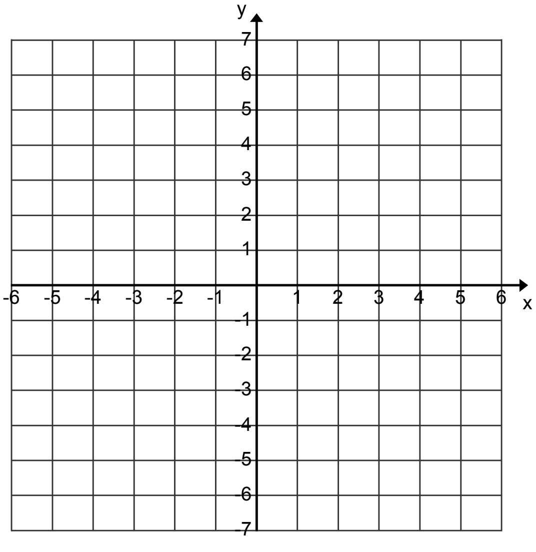
b) (1, 5) et (-3, 4) ___________ d) (-2, 6) et (-6, 10) ___________

6. Le point M(-2, 3) est le point milieu du segment AB. Les coordonnées du point A sont (-5, 6). Quelles sont les coordonnées du point B ?



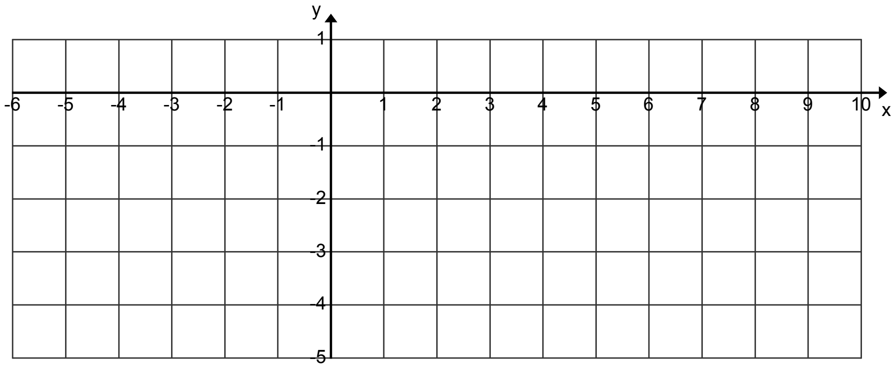
réponse : _____________

7. Le point M(4, -1) est le point milieu du segment PQ. Trouve les coordonnées du point P si les coordonnées de Q sont (3, -7).



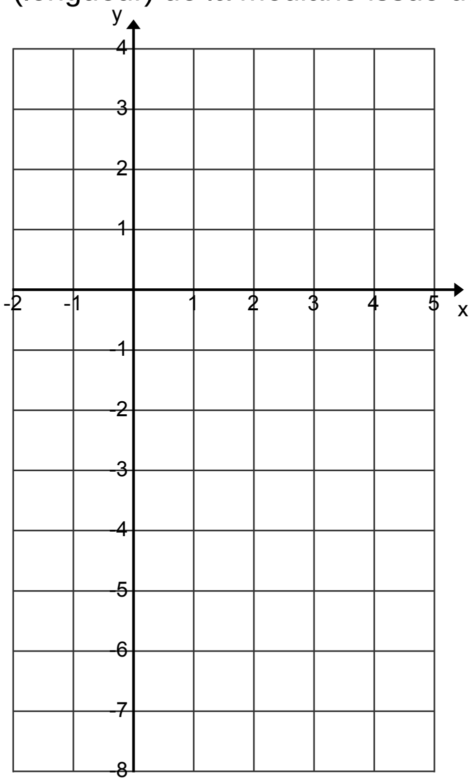
réponse :______________

8. Les coordonnées de A et B sont respectivement (10, -5) et (-6, -1). Trouve les coordonnées des trois points qui partagent le segment en quatre segments congrus.



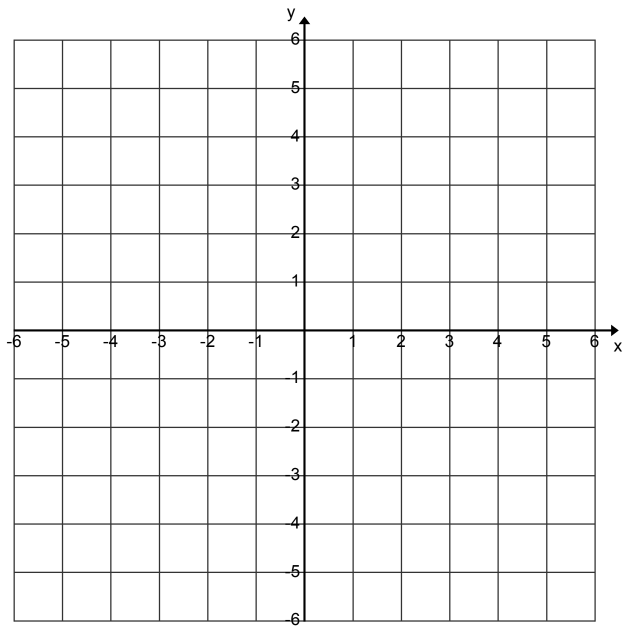
réponse :___________, ___________, ___________

9. Soit A(5, 4), B(-2, 0) et C(4, -8) les trois sommets d'un triangle. Quelle est la mesure (longueur) de la médiane issue du sommet A.



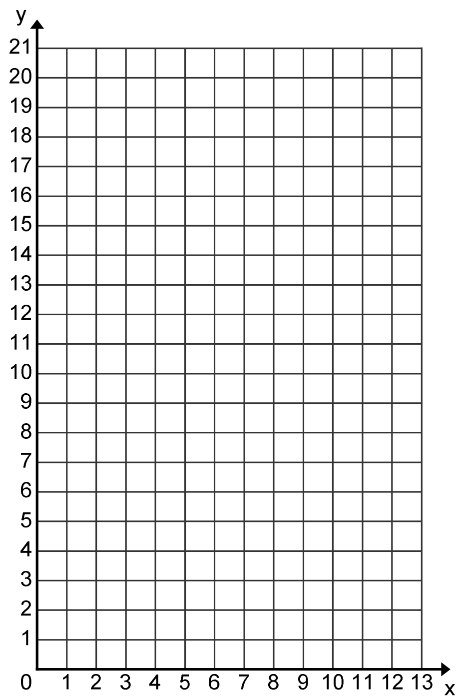
réponse : __________

10. Le segment AD est partagé en trois parties congrues par les points B et C.
Trouve les coordonnées des points B et D si les coordonnées de A sont (-2, 5) et celles de C sont (3, -1).



réponse : B__________
D__________

11. Calcule la distance entre l'origine et le point milieu d'un segment dont les extrémités sont (7, 11) et (13, 21).

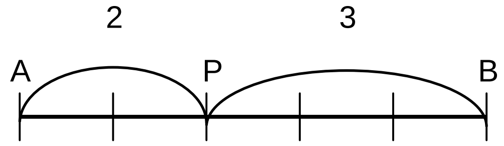


réponse :___________

3. Point partage

On peut déterminer l'emplacement d'un point de partage d'un segment à l'aide d'une fraction ou d'un rapport.

Dans la représentation graphique ci-contre :



Rapport de partie à partie :

• le point P partage un segment **A**B dans le rapport 2 **:** 3

En partant de **A :** 2 parties avant P **:** 3 parties après P

Convertir les rapports

Rapport de partie à tout :

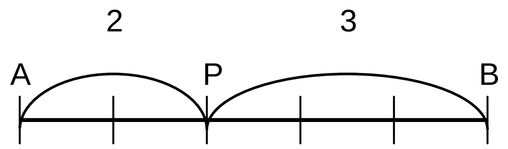
• le point P est situé **aux** $\frac{2}{5}$ du segment **A**B

En partant de **A :** 2 parties avant P / 5 parties **en tout**

Sens du segment :

La première lettre, utilisée pour nommer un segment, nous indique le sens du segment que l’on doit considérer pour partager celui-ci.

Dans la représentation graphique ci-contre :



→ le point P partage un segment **A**B dans le rapport 2 **:** 3 en partant de **A**

← le point P partage un segment **B**A dans le rapport 3 **:** 2 en partant de **B**

Rapport de partie à partie :

• le point P partage un segment **B**A dans le rapport 3 **:** 2 En partant de **B :** 3 parties avant P **:** 2 parties après P

Convertir les rapports

Rapport de partie à tout :

• le point P est situé **aux** $\frac{3}{5}$ du segment **B**A En partant de **B :** 3 parties avant P / 5 parties **en tout**

<u>Formule du point de partage</u> :

Un point P partage le segment P_1P_2 dont les coordonnées sont $P_1(x_1, y_1)$ et $P_2(x_2, y_2)$. Si le point P est situé à une fraction $\frac{a}{c}$ de la distance entre P_1 et P_2 , ses coordonnées sont :

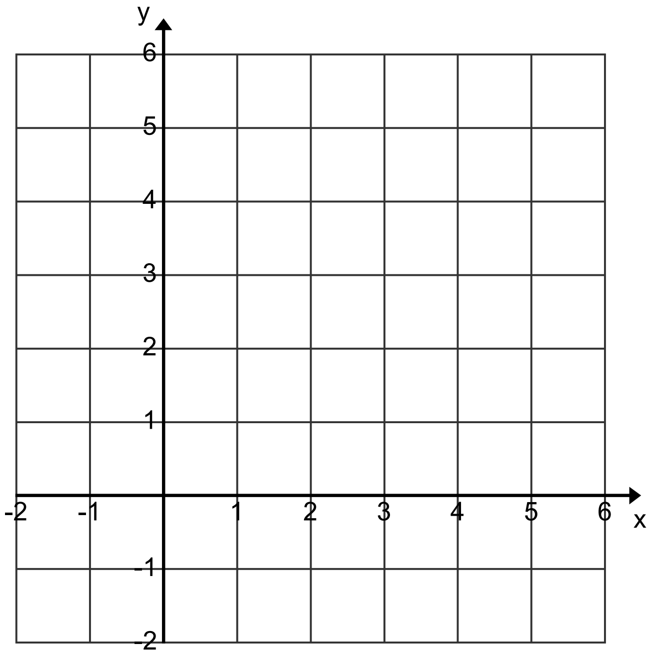
rapport partie à tout

$$\boxed{P\left(x_1+\frac{a}{c}(x_2-x_1),\, y_1+\frac{a}{c}(y_2-y_1)\right)}$$

où a : nombre de parties avant P
c : nombre de parties en tout

Exemples :

1. Trouve les coordonnées du point P qui est situé aux $\frac{2}{5}$ du segment AB. Les coordonnées de A et B sont respectivement (-2, -1) et (3, 5).

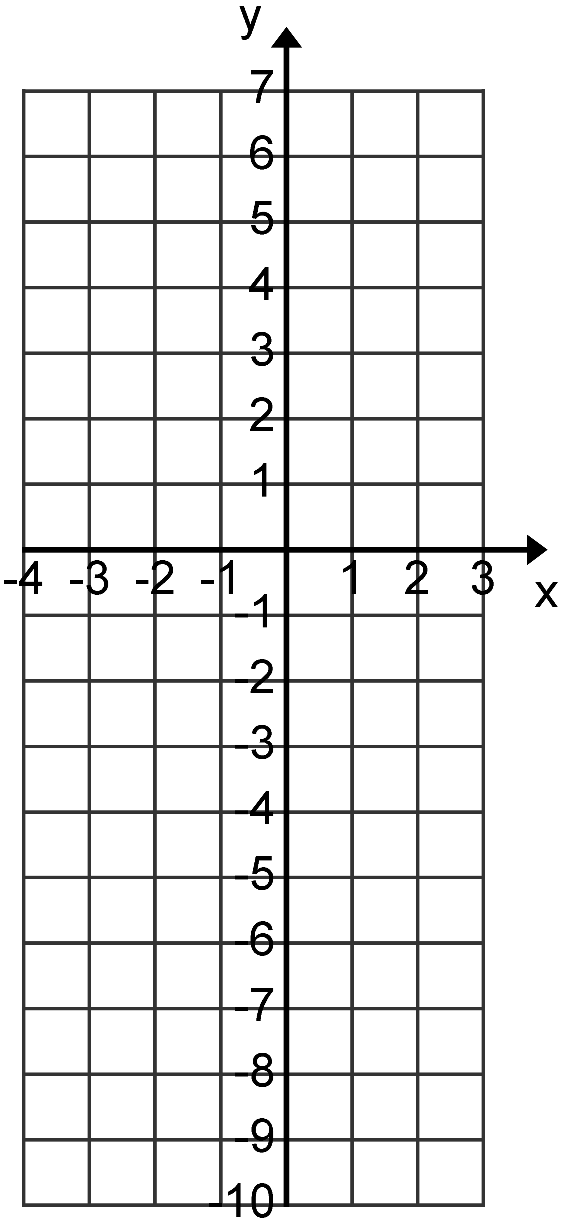


$$P\left(x_1+\frac{a}{c}(x_2-x_1),\, y_1+\frac{a}{c}(y_2-y_1)\right)$$

réponse :___________

2. Détermine les coordonnées du point P qui partage le segment AB dont les extrémités sont A(3, 7) et B(-4 , -10) dans un rapport 3 : 1.

Le rapport 3 : 1 correspond à la fraction ____ .

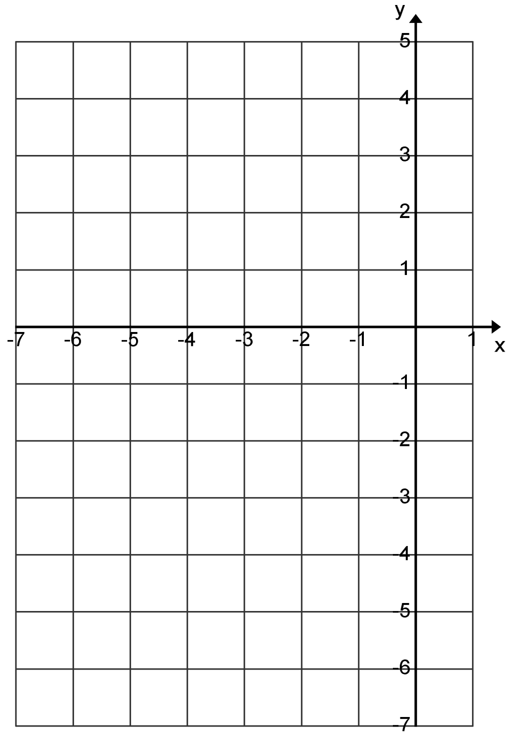


$$P\left(x_1+\frac{a}{c}(x_2-x_1),\, y_1+\frac{a}{c}(y_2-y_1)\right)$$

Réponse : __________

Exercices :

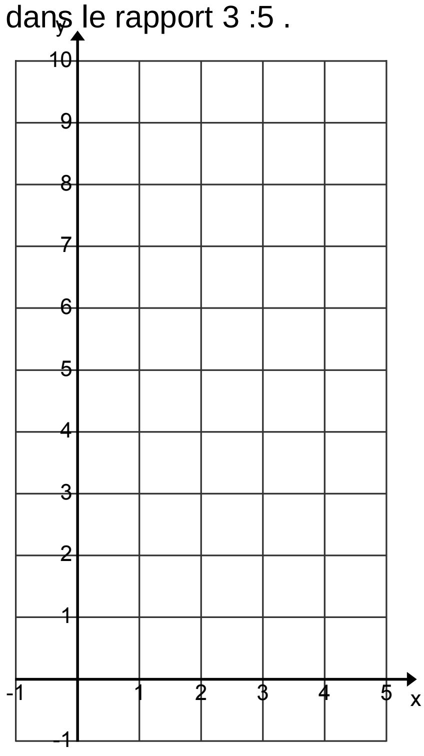
1. Soit $P_1(-2, 5)$ et $P_2(-6, -7)$. Trouve les coordonnées du point P qui partage le segment P_1P_2 dans le rapport 1 :3 .



$$P\left(x_1 + \frac{a}{c}(x_2 - x_1), y_1 + \frac{a}{c}(y_2 - y_1)\right)$$

réponse :___________

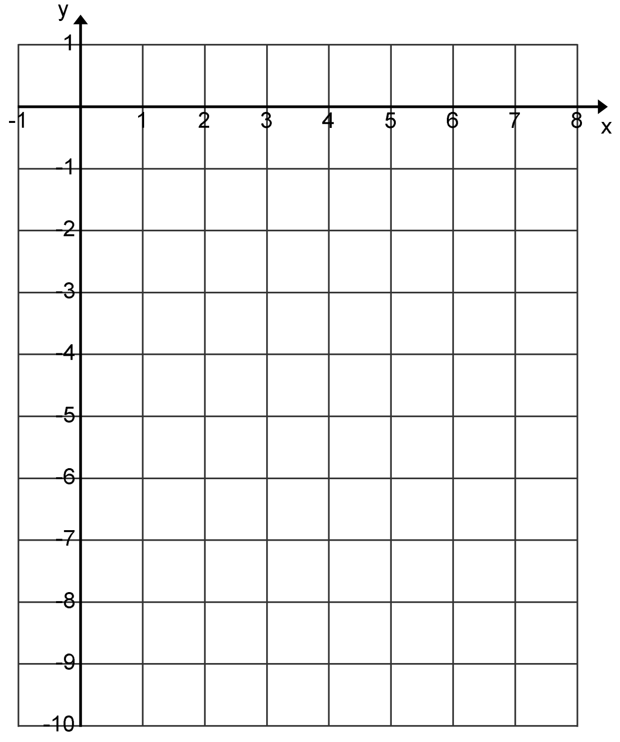
2. Soit A(0, 1) et B(4, 9). Trouve les coordonnées du point P qui partage le segment $\overline{AB}$ dans le rapport 3 :5 .



$$P\left(x_1 + \frac{a}{c}(x_2 - x_1), y_1 + \frac{a}{c}(y_2 - y_1)\right)$$

réponse :_______

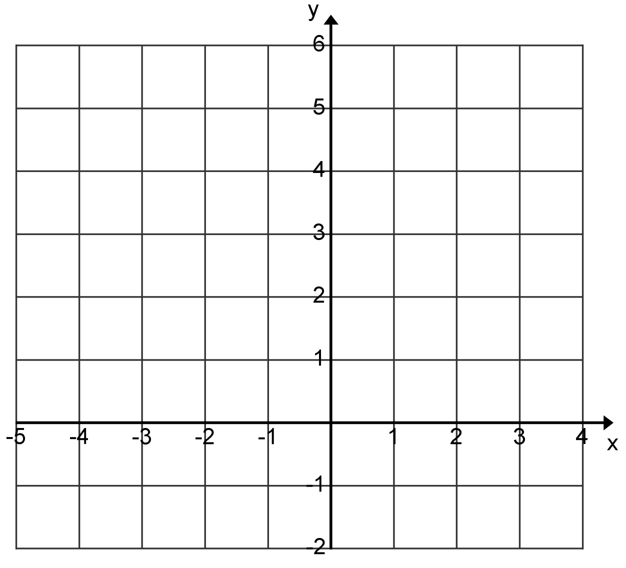
3. Soit M(7, -5) et N(3, -9). Un point P du segment MN est situé au tiers de la distance entre M et N à partir de N. Trouve les coordonnées du point P.



$$P\left(x_1+\frac{a}{c}(x_2-x_1), y_1+\frac{a}{c}(y_2-y_1)\right)$$

réponse :_______

4. Soit M(-5, -2) et N(4, 6). Quelles sont les coordonnées du point P si $\frac{m\overline{MP}}{m\overline{MN}} = \frac{3}{4}$?



$$P\left(x_1+\frac{a}{c}(x_2-x_1), y_1+\frac{a}{c}(y_2-y_1)\right)$$

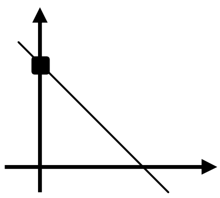
réponse :_______

4. Équation d'une droite

Forme ou type	Équation	Lien entre les paramètres	Caractéristique
Fonctionnelle	**y =** a **x + b**	Pente : a Ordonnée à l'origine : b Abscisse à l'origine **: a =** $\frac{-b}{a}$	Peut être utilisée pour décrire toute droite non verticale

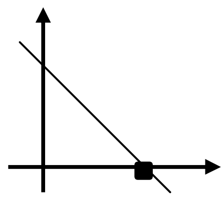
<u>Ordonnée</u> à l'origine :

valeur de <u>y</u> si x = 0

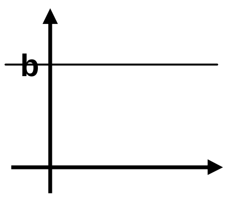


<u>Abscisse</u> à l'origine :

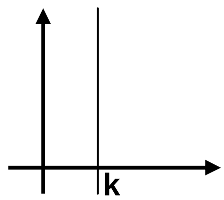
valeur de <u>x</u> si y = 0



Équation droite horizontale : $y = b$



Équation droite verticale : $x = k$



Pente d'un segment

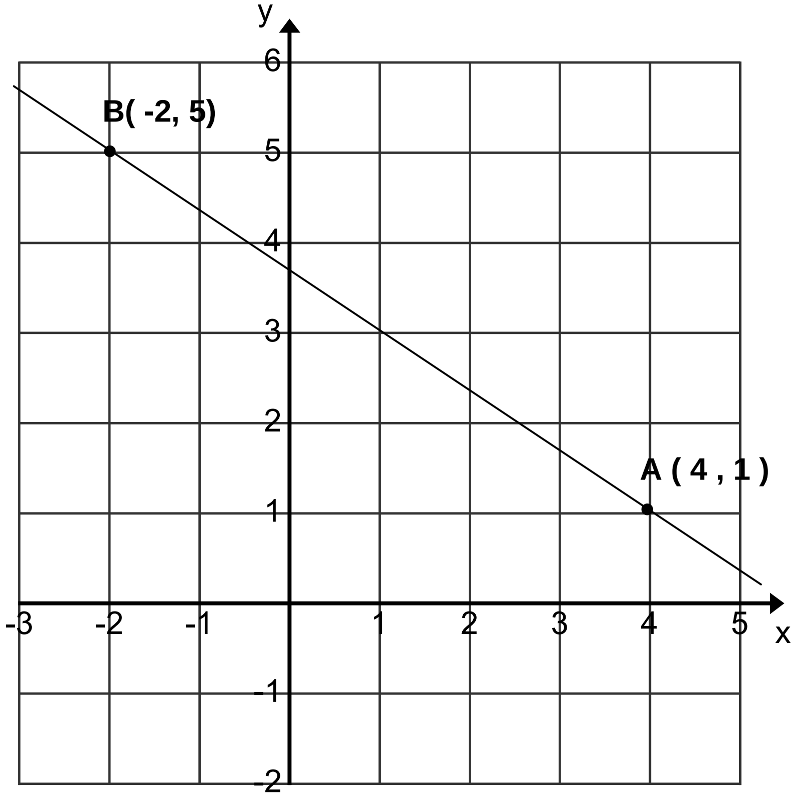
La pente d'un segment est un nombre qui caractérise son inclinaison. Elle correspond au rapport de l'accroissement des ordonnées à celui des abscisses.

Notation : a

Soit $A\ (x_1, y_1)$ et $B\ (x_2, y_2)$

$$\boxed{a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$$

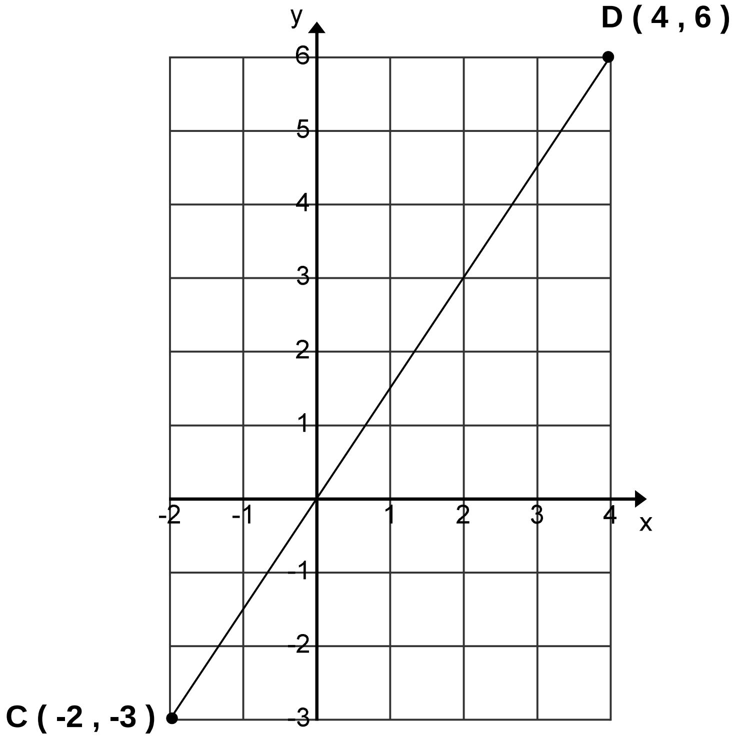
Exemple 1:



$$\boxed{Pente\ de\ \overline{AB}\ \ :\ a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5-1}{-2-4} = \frac{4}{-6} = \frac{-2}{3}}$$

Note: Lorsque les x augmentent et que les y diminuent la pente est **négative**.
Droite qui **descend** de gauche à droite.

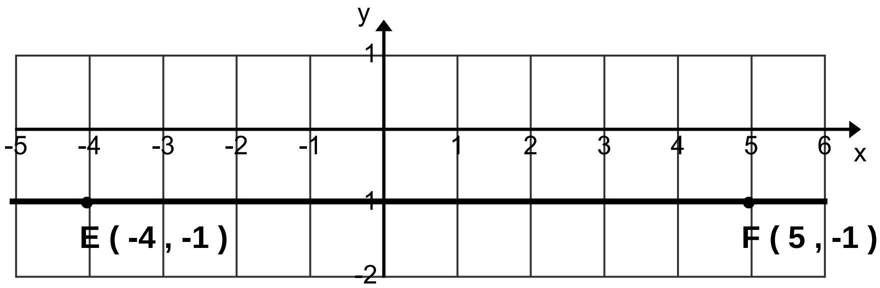
Exemple 2 :



$$Pente\ de\ \overline{CD}\ \ :\ a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6 - -3}{4 - -2} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

Note: Lorsque les x et les y augmentent la pente est **positive**.
Droite qui **monte** de gauche à droite.

Exemple 3 :



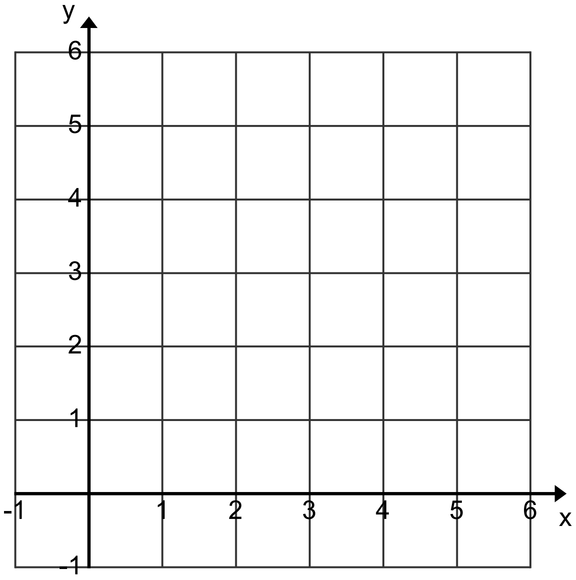
$$Pente\ de\ \overline{EF}\ \ :\ a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1 - -1}{5 - -4} = \frac{0}{9} = 0$$

Note: Lorsque les x augmentent et que les y demeurent constants, la pente est **nulle**.
Droite **horizontale**.

Exercices:

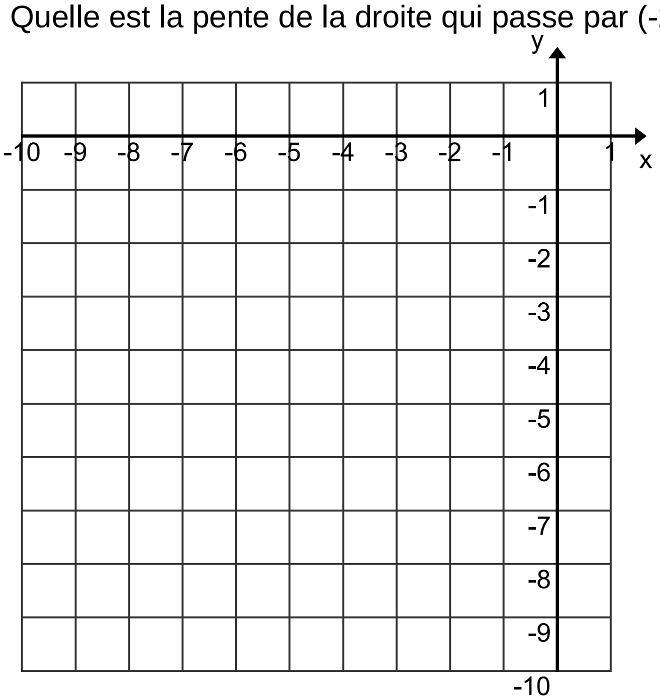
1. Une droite dont la pente est $\frac{-3}{4}$ passe par les points (2,5) et (4, k).

   Trouve la valeur de k.



réponse :______

2. Quelle est la pente de la droite qui passe par (-2,-1) et (-10,-4) ?



réponse :_______

Si une équation de la droite nous est donnée sous la :

<u>Forme générale</u> : **$Ax + By + C = 0$**

nous pouvons l'écrire sous la :

<u>Forme fonctionnelle</u> : **$y = ax + b$**

en isolant le y.

Exemples : $3x + 2y - 6 = 0$ $3x - 4y - 4 = 0$

_______________________ _______________________

_______________________ _______________________

$x + y - 4 = 0$ $2x - 3y + 5 = 0$

_______________________ _______________________

_______________________ _______________________

$5x - 2y - 20 = 0$ $x - y + 3 = 0$

_______________________ _______________________

_______________________ _______________________

Trouver l'équation d'une droite si nous connaissons :

les coordonnées d'un point **et** **la pente**

Écris l'équation de la droite sous la forme fonctionnelle si elle passe par le point (-3, 10) et elle a 6 comme pente.

1. Remplace la paramètre « a » par sa valeur dans l'équation :

$$y = a\,x + b$$

____

2. Remplace le x et le y par leur valeur dans le couple :

____

3. Isole le b : _________________

____

réponse :_______________________

Exercice : Complète le tableau ci-dessous :

Fonctionnelle y = **a**x + b	Coordonnées à l'origine (a, 0) et (0, b) Abscisse à l'origine : $a = \frac{-b}{a}$	Taux de variation ou pente **a**
1) y = $\frac{3x}{5} - \frac{4}{5}$		
2)	(5, 0)	$\frac{-8}{3}$
3)	(-2, 0) (0, -7)	

Fonctionnelle **y = $\boldsymbol{a}$x + b**	**Coordonnées à l'origine (a, 0) et (0, b)** **Abscisse à l'origine :** **a = $\frac{-b}{a}$**	**Taux de variation** **ou pente $\boldsymbol{a}$**
4)	(6, 0)	$\frac{-4}{5}$
5) y= -3x + 6		
6)	Point : (2, -10)	$\frac{-1}{4}$

Fonctionnelle **y = ax + b**	**Coordonnées à l'origine (a, 0) et (0, b)** $\mathbf{a} = \frac{-b}{a}$	**Taux de variation** **ou pente a**
7) y= 4x - 1		
8) y= -2x		

5. Droites parallèles et perpendiculaires

Pentes des droites parallèles :

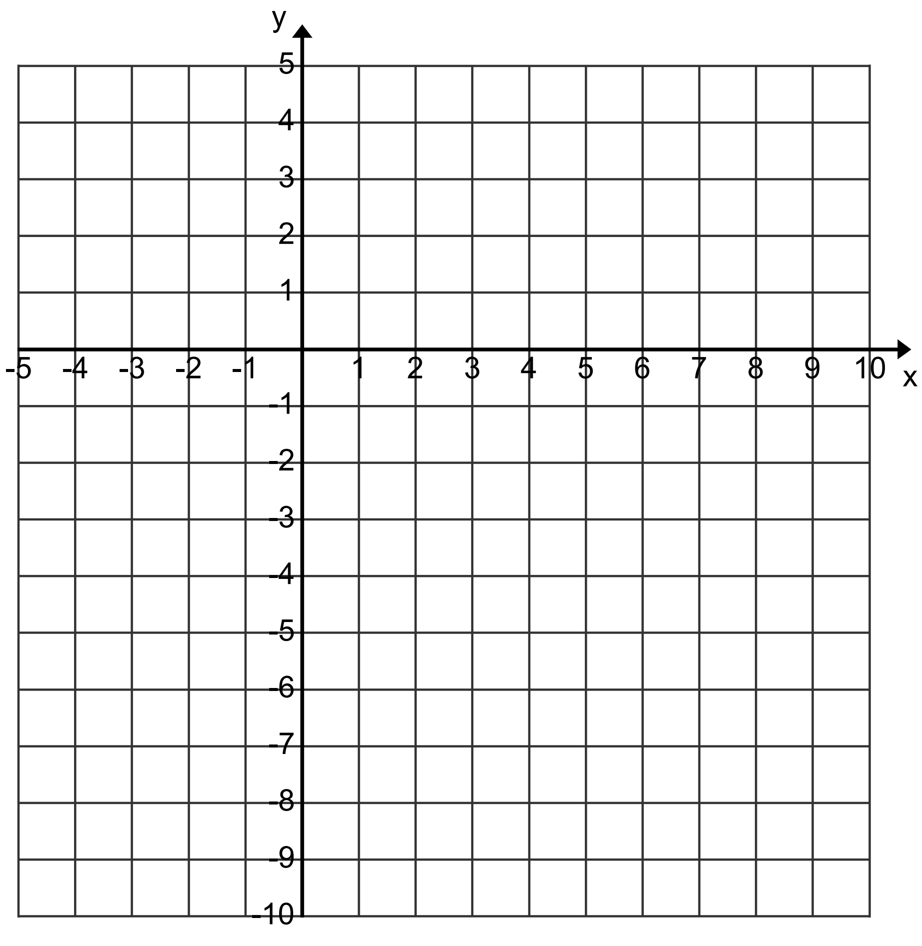
Trace les fonctions suivantes dans ce plan cartésien :

$$f(x) = \frac{-3}{4}x + 1$$

x	y

$$g(x) = \frac{-3}{4}x - 3$$

x	y



Les **droites parallèles** ont la **même pente** :

f et g sont parallèles, leur pente est égale à ________.

Pentes des droites perpendiculaires :

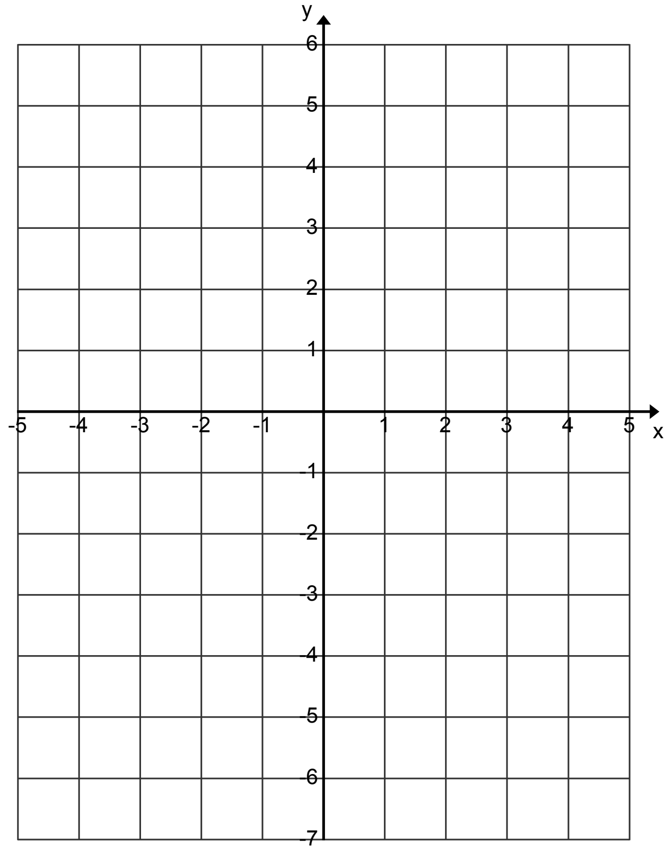
Trace les fonctions suivantes dans ce plan cartésien :

$f(x) = \frac{5}{3}x + 1$

x	y

$g(x) = \frac{-3}{5}x$

x	y



Le produit de **droites perpendiculaires** donne -1.

Si $d_1 \perp d_2$ alors $a_1 \bullet a_2 = -1$

f et g sont perpendiculaires, les pentes sont respectivement :

a_f= _________ a_g= _________ → inverses et de signes contraires

Exercices :

1. Quelle est l'équation de la droite qui passe par (-2,-1) et (-10,-4) ?

réponse :___________________

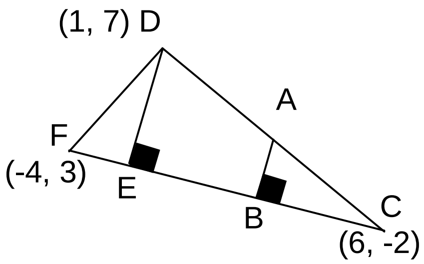
2. Une droite a une pente de –3 et passe par (6,4), quelle est son équation?

réponse :___________________

3. Quelle est l'équation de la droite dont l'abscisse à l'origine est 10 et l'ordonnée à l'origine est 5 ?

réponse :___________________

4. Trouve la pente de $\overline{AB}$: ______
Trouve la pente de $\overline{DE}$: ______



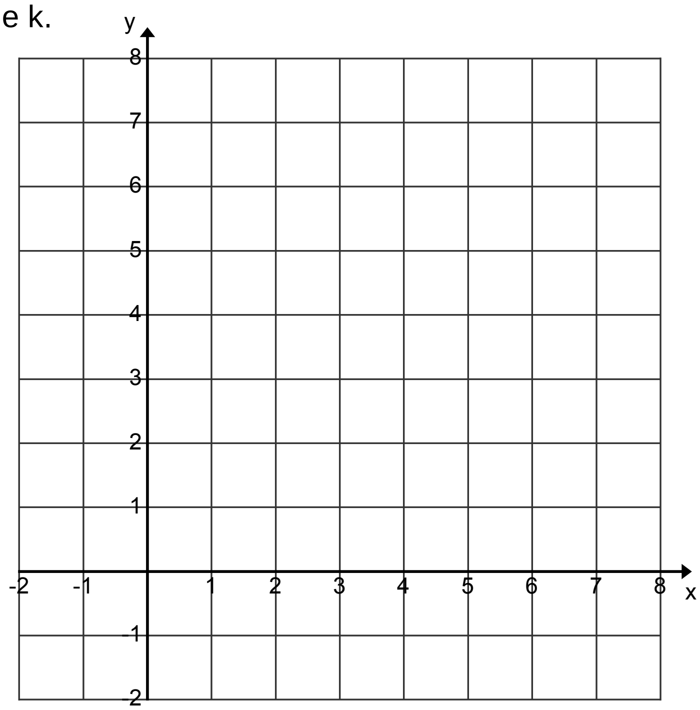
5. Une droite passe par (3, -2) et est parallèle à la droite passant par (1, 6) et (-3, 1). Trouve l'équation de cette droite.

réponse :_______________

6. Une droite passe par le point (5, 1) et est perpendiculaire à la droite $y = \frac{-3x}{2} + 5$.
Trouve son équation.

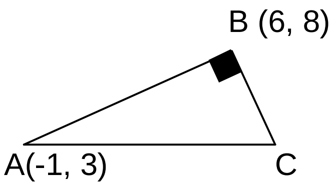
réponse :______________

7. Une droite passe par (2, 6) et (-2, 5) et est perpendiculaire à la droite passant par (6, k) et (8, -2). Trouve la valeur de k.



réponse :____________________

8. Soit Δ ABC rectangle en B, trouve l'équation de $\overline{BC}$.



réponse :______________________

Réponses

Pages 2 à 5 :

1. 5
2. 15,65
3. a) 5 b) 3,61
   c) 3,61 d) 15,81
   e) 13 f) 5
   g) 10 h) 5,96
4. 14,75
5. Non, aucun côté isométrique
6. David

Pages 7 à 11 :

1. M $(1, \frac{-1}{2})$
2. milieu de $\overline{AB}$ $\left(\frac{3}{2},\ 6\right)$ milieu de $\overline{BC}$ $\left(\frac{5}{2},\ 7\right)$ milieu de $\overline{AC}$ $(-1,\ 5)$
3. A (2, -2)
4. B (14, -2)
5. a) (1, 1) c) $(\frac{-9}{2}, 2)$
   b) $(-1, \frac{9}{2})$ d) (-4, 8)
6. B (1, 0)
7. P (5, 5)
8. (6, -4), (2, -3) et (-2, -2)
9. 8,94 unités
10. B $(\frac{1}{2}, 2)$ D B $(\frac{11}{2}, -4)$
11. 18,87 unités

Pages 16 et 17

1. P (-3, 2)
2. P $(\frac{3}{2},\ 4)$
3. P $(\frac{13}{3},\ \frac{-23}{3})$
4. P $(\frac{7}{4}, 4)$

Page 21

1. $\frac{7}{2}$

2. $\frac{3}{8}$

Pages 24 à 26

Fonctionnelle **y = ax + b**	Coordonnées à l'origine **(a, 0) et (0, b)** **a =** $\frac{-b}{a}$	**Taux de variation ou pente a**
1) y = $\frac{3x}{5} - \frac{4}{5}$	$(\frac{4}{3}, 0)$ $(0, \frac{-4}{5})$	$\frac{3}{5}$
2) y = $\frac{-8}{3}$x + $\frac{40}{3}$	(5, 0) (0, $\frac{40}{3}$)	$\frac{-8}{3}$
3) $y = \frac{-7}{2}x - 7$	(-2, 0) (0, -7)	$\frac{-7}{2}$
4) $y = \frac{-4}{5}x + \frac{24}{5}$	(6, 0) (0, $\frac{24}{5}$)	$\frac{-4}{5}$
5) y= -3x + 6	(2, 0) (0, 6)	-3
6) $\mathbf{y} = \frac{-1}{4}\mathbf{x} - \frac{19}{2}$	Point : (2, -10)	$\frac{-1}{4}$
7) y= 4x - 1	$(\frac{1}{4}, 0)$ (0, -1)	4
8) y= -2x	(0, 0)	-2

Pages 29 à 31 :

1. $y = \frac{3}{8}x - \frac{1}{4}$
2. $y = -3x + 22$
3. $y = \frac{-1}{2}x + 5$
4. $a_{\overline{AB}} = a_{\overline{DE}}$ = 2
5. $y = \frac{5}{4}x - \frac{23}{4}$
6. $y = \frac{2}{3}x - \frac{7}{3}$
7. 6
8. $y = \frac{-7}{5}x + \frac{82}{5}$