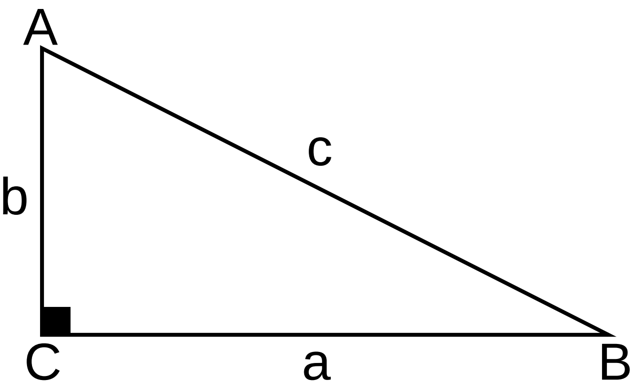
Mathématique : Culture, Société et Technique
4ème secondaire

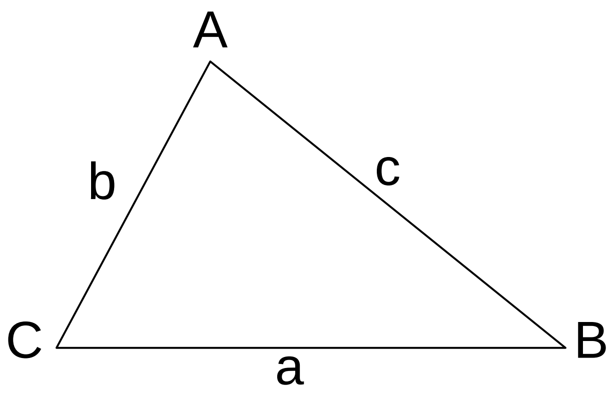
Relations dans le triangle rectangle :

- **Relation de Pythagore**
- **Milieu de l'hypoténuse**
- **Relations métriques**

Trigonométrie :

$$\sin A = \frac{a}{c}$$
$$\cos A = \frac{b}{c}$$
$$\tan A = \frac{a}{b}$$





$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$A = \frac{b \bullet h}{2}$$
$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$
$$A = \frac{bc \bullet \sin A}{2}$$

nom : ______________________________

groupe : _______

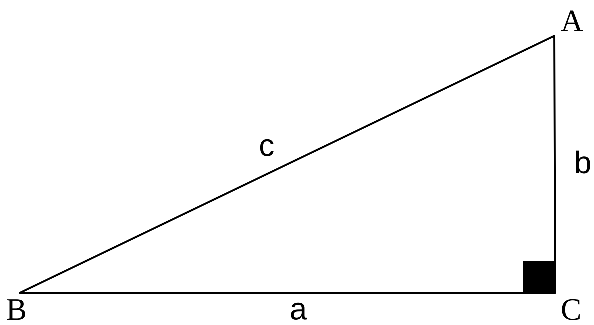
Dans ce module, les figures ne sont pas nécessairement à l'échelle.

Commission scolaire du Chemin-du-Roy

Relation de Pythagore :

Dans le présent chapitre, nous travaillerons souvent avec des triangles rectangles. Nous aurons donc à utiliser la **Relation de Pythagore**.

Relation de Pythagore : Le carré de la mesure de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des mesures des cathètes.



a et **b** : mesures des cathètes
c : mesure de l'hypoténuse

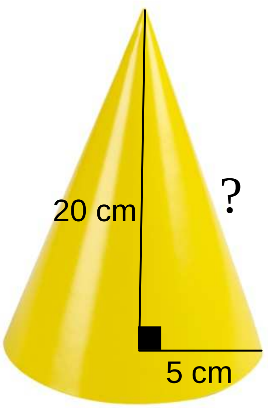
$$\boldsymbol{a^2 + b^2 = c^2}$$ **:** relation de Pythagore

Pour trouver la **mesure de l'hypoténuse** si les mesures des cathètes sont connues, nous appliquons la formule, $\boldsymbol{a^2 + b^2 = c^2}$, ou sa forme équivalente qui correspond à :

$$\boldsymbol{c = \sqrt{a^2 + b^2}}$$

Exercices :

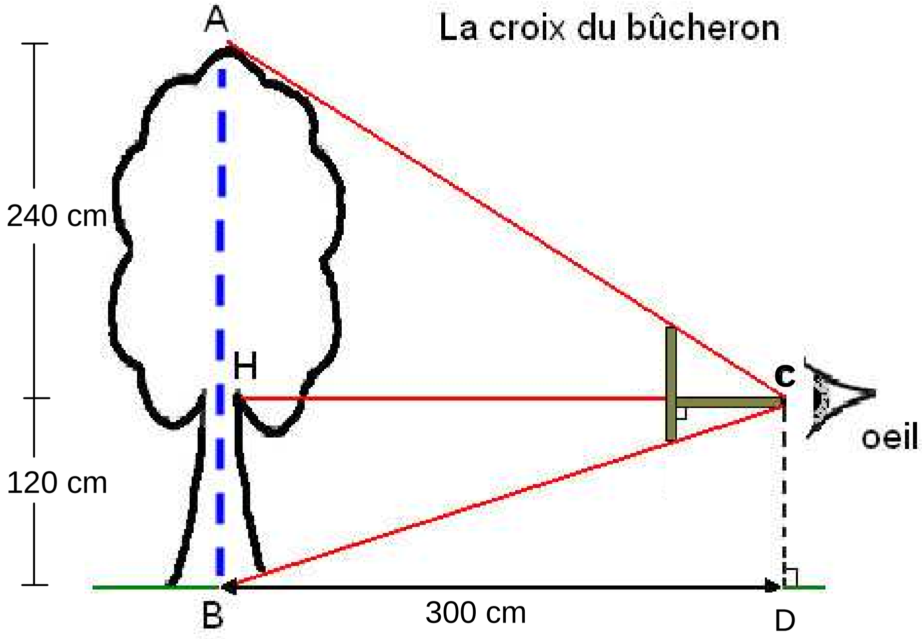
1. Le cône ci-dessous a une hauteur de 20 cm et un rayon de 5 cm, quelle est la mesure de son apothème ?



Démarche :

réponse : _______________

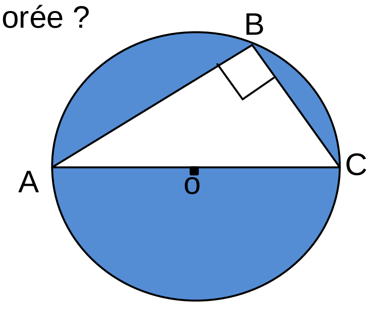
2. Calcule la longueur de segments $\overline{AC}$ et $\overline{BC}$ représentés dans la figure ci-dessous, sachant que $\overline{BD}$ mesure 300 cm :



Démarche :

Réponse : $m\overline{AC} =$ _________ cm et $m\overline{BC} =$ _________ cm

3. Le triangle rectangle ABC ci-dessous est inscrit dans un cercle de centre O.
Si $m\overline{AB}$ = 8 cm et $m\overline{BC}$ = 6 cm, quelle est l'aire de la région colorée ?
Démarche :



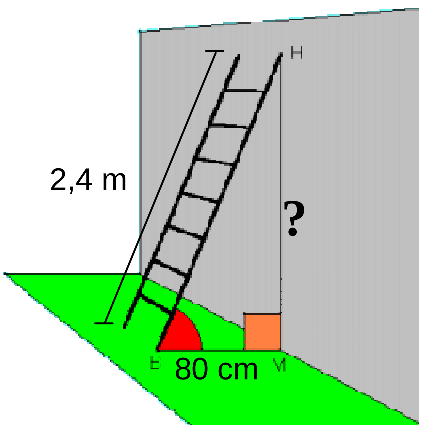
Réponse : _________ cm^2

Pour trouver la **mesure d'une cathète** si la mesure de l'hypoténuse et la mesure de l'autre cathète sont connues, nous appliquons la formule, $a^2 + b^2 = c^2$, ou sa forme équivalente qui correspond à :

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

Exercices :

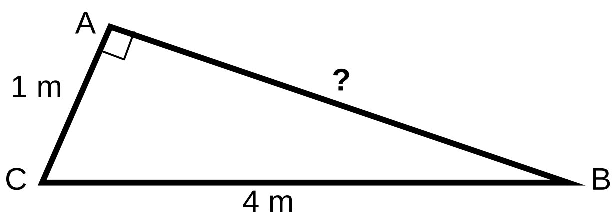
1. Quelle hauteur atteint une échelle de 2,4 m si elle est à 80 cm du pied du mur comme indiqué sur le dessin ci-dessous?



Démarche :

réponse : _____________

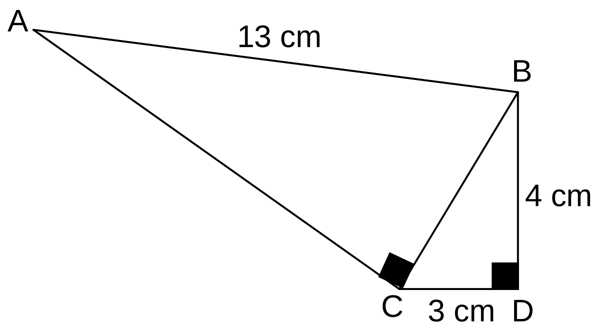
2. Quelle est la longueur de cette rampe, si elle occupe une distance horizontale de 4 mètres ? Le côté le plus court de la rampe mesure 1 mètre.



Démarche :

Réponse : __________ m

3. Calcule l'aire du triangle ABC représenté dans la figure ci-dessous :

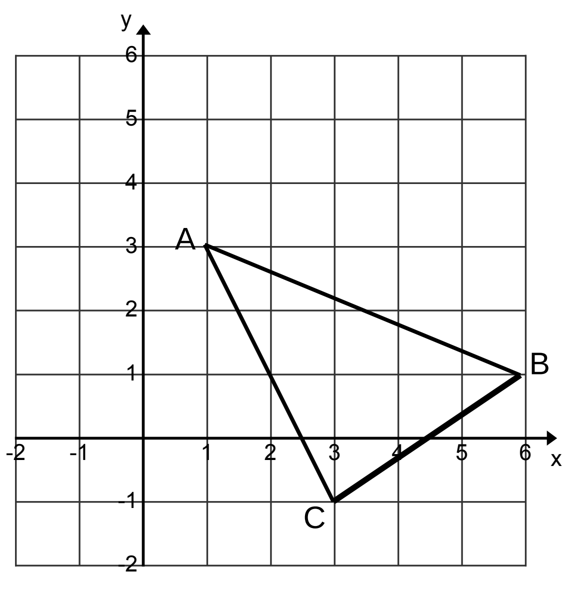


Démarche :

Réponse : ___________ cm^2

4. Détermine le périmètre du triangle ABC ci-contre.

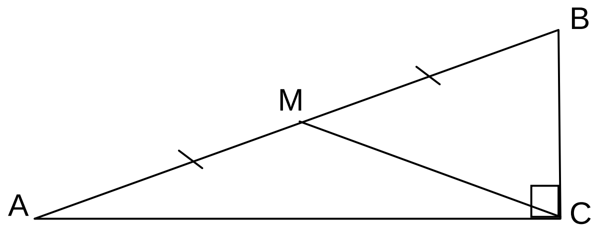
Démarche :



Réponse : _____________ unités

Médiane

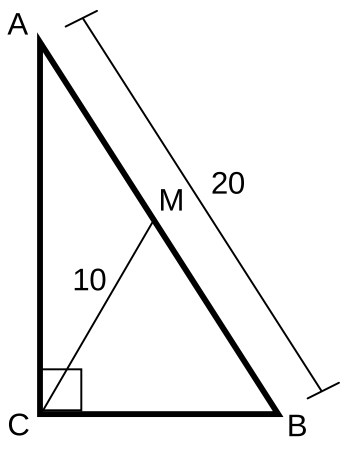
Rappel : Dans un triangle, **la médiane** issue d'un angle est le segment qui joint cet angle au milieu de son côté opposé.



$\overline{CM}$: médiane issue de C

$\overline{AM} \cong \overline{MB}$

Dans un triangle rectangle, la médiane issue de l'angle droit mesure la moitié de l'hypoténuse.



$$m\overline{CM} = \frac{m\overline{AB}}{2}$$

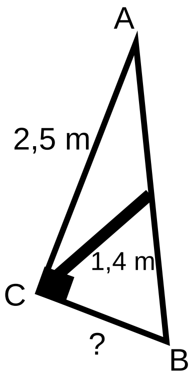
$$m\overline{CM} = \frac{20}{2}$$

$$m\overline{CM} = 10$$

Exercices :

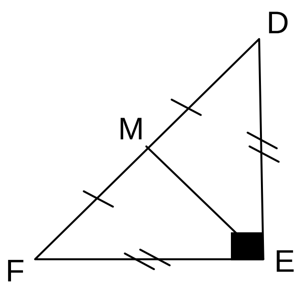
1. Pour solidifier la voile de sa planche, Sébastien coud une bande de 1,4 m qui forme la médiane issue de l'angle droit, comme illustré sur le croquis ci-dessous. Sachant que le côté $\overline{AC}$ mesure 2,5 m, quelle est la mesure du côté $\overline{BC}$?

   Démarche :



Réponse : ___________ m

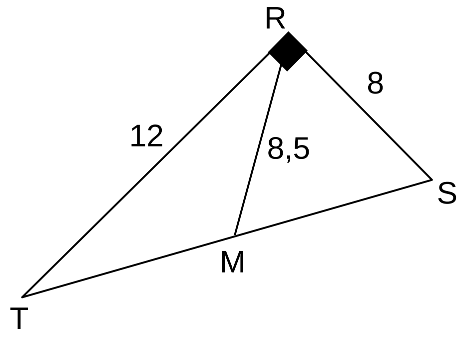
2. Quelle est la valeur de $\overline{DE}$, si la mesure de $\overline{FM}$ est de 6 unités ?



Démarche :

Réponse : _____________ unités

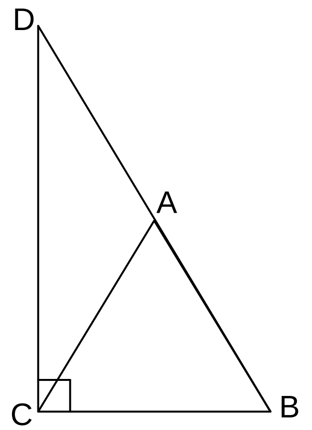
3. Dans le triangle rectangle ci-dessous, est-ce que $\overline{RM}$ correspond à une médiane issue de l'angle droit ?



Démarche :

Réponse : Oui ☐
Non ☐
Justification : ____
____

4. Le triangle ABC est équilatéral, $\overline{AC}$ correspond à la médiane, issue de l'angle droit, dans le triangle BCD. Quelle est la mesure de $\overline{CD}$, si la mesure de $\overline{AC}$ est de 7 cm ?

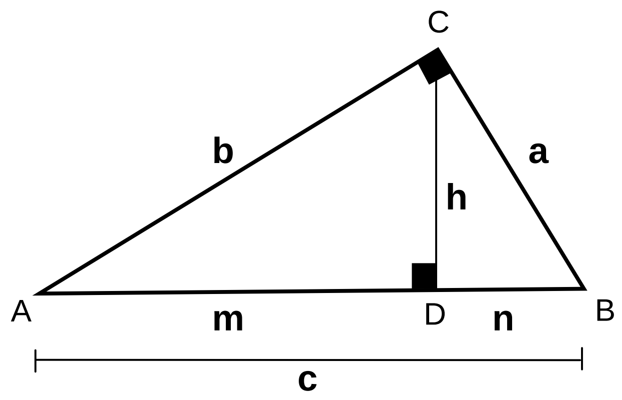


Démarche :

Réponse : _________ cm

Relations métriques dans le triangle rectangle

En abaissant une hauteur issue du sommet de l'angle droit d'un triangle rectangle, voici les énoncés que l'on peut établir :



h : hauteur issue de l'angle droit

m : $projection\ sur\ l'hypoténuse de\ \overline{AC}$

n : $projection\ sur\ l'hypoténuse de\ \overline{CB}$

<u>Énoncé 1</u>

Dans un triangle rectangle, la mesure de chaque côté de l'angle droit est moyenne proportionnelle entre la mesure de sa projection sur l'hypoténuse et celle de l'hypoténuse entière, c'est-à-dire :

$$\boxed{b^2 = m \cdot c} \quad \text{ou} \quad \boxed{a^2 = n \cdot c}$$

<u>Énoncé 2</u>

Dans un triangle rectangle, la mesure de la hauteur issue du sommet de l'angle droit est moyenne proportionnelle entre les mesures des deux segments qu'elle détermine sur l'hypoténuse, c'est-à-dire :

$$\boxed{h^2 = m \cdot n}$$

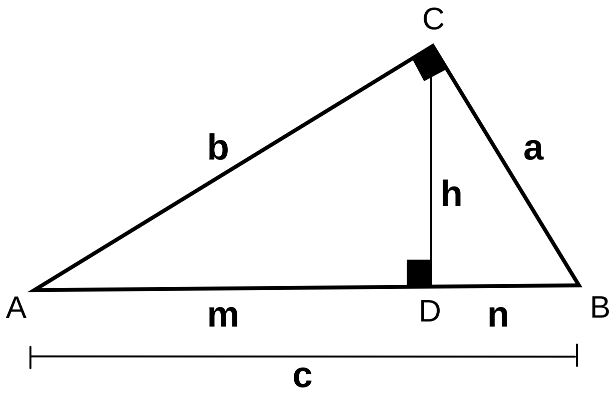
<u>Énoncé 3</u>

Dans un triangle rectangle, le produit des mesures de l'hypoténuse et de la hauteur correspondante égale le produit des mesures des côtés de l'angle droit, c'est-à-dire :

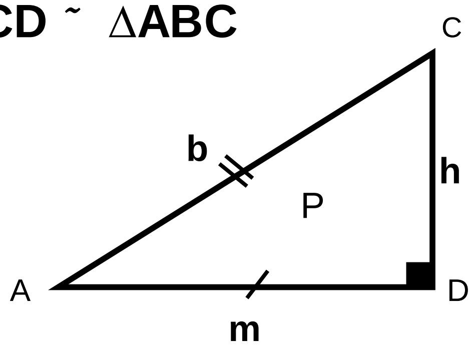
$$\boxed{c \cdot h = a \cdot b}$$

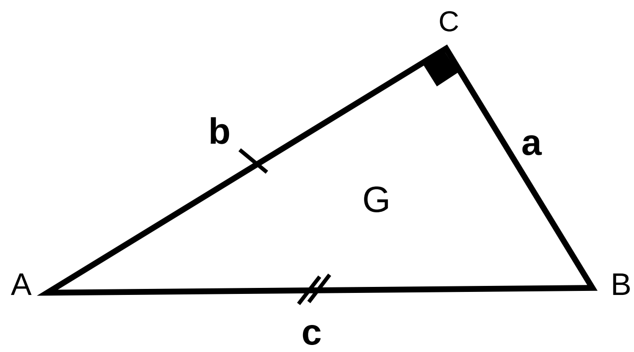
D’où viennent ces 3 relations métriques :

En abaissant une hauteur issue du sommet de l’angle droit d’un triangle rectangle, nous formons 3 paires de triangles semblables. Nous savons que dans des triangles semblables les mesures des côtés homologues sont proportionnelles.



ΔACD ~ ΔABC





$\frac{P}{G}$: $\boxed{\frac{m}{b} = \frac{b}{c}}$

Dans des triangles semblables, les mesures des côtés homologues sont proportionnelles.

$\boxed{b^2 = m \cdot c}$

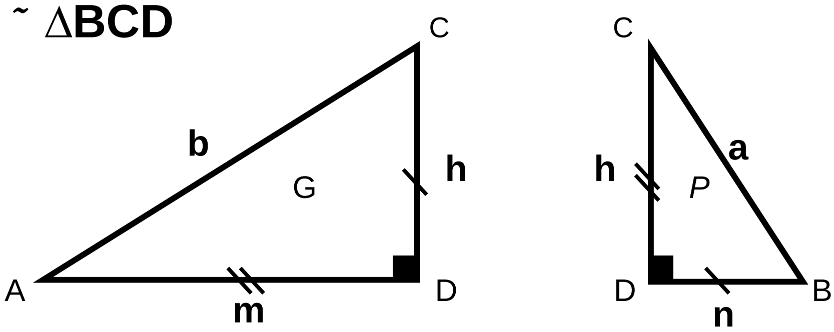
Énoncé 1

Dans des proportions, le produit des moyens égale le produit des extrêmes (produit croisé).

De même avec **ΔBCD ~ ΔABC,** nous obtenons $\boxed{a^2 = n \cdot c}$

Énoncé 1

$\Delta ACD \sim \Delta BCD$



$$\frac{P}{G}: \boxed{\frac{n}{h} = \frac{h}{m}}$$

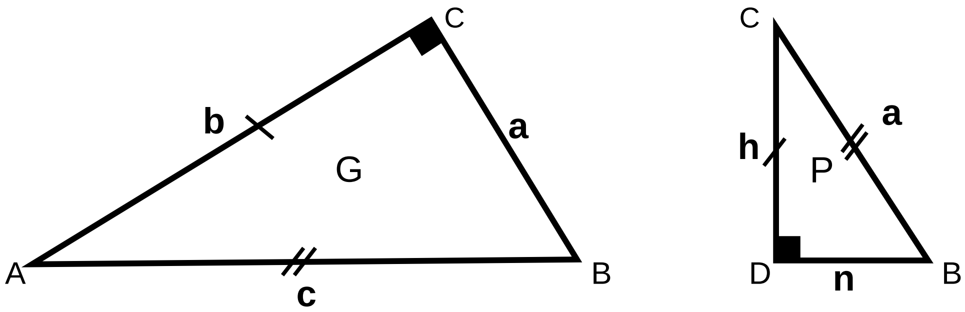
Dans des triangles semblables, les mesures des côtés homologues sont proportionnelles.

$$\boxed{h^2 = m \cdot n}$$

Énoncé 2

Dans des proportions, le produit des moyens égale le produit des extrêmes (produit croisé).

$\Delta ABC \sim \Delta BCD$



$$\frac{P}{G}: \boxed{\frac{h}{b} = \frac{a}{c}}$$

Dans des triangles semblables, les mesures des côtés homologues sont proportionnelles.

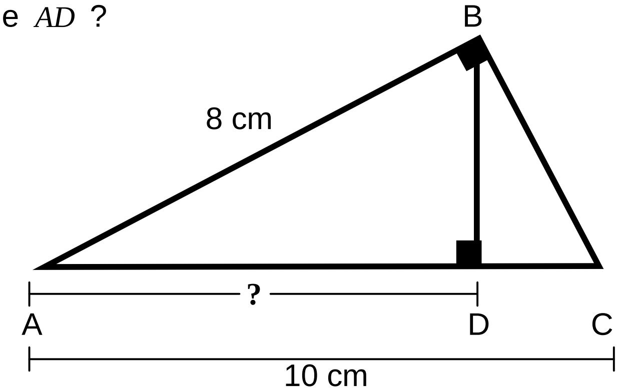
$$\boxed{c \cdot h = a \cdot b}$$

Énoncé 3

Dans des proportions, le produit des moyens égale le produit des extrêmes (produit croisé).

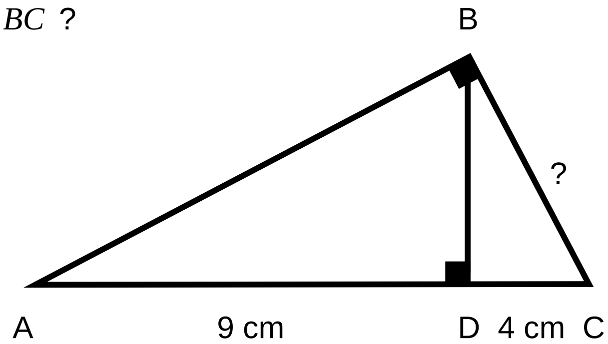
Exercices :

1) Quelle est la mesure de $\overline{AD}$?



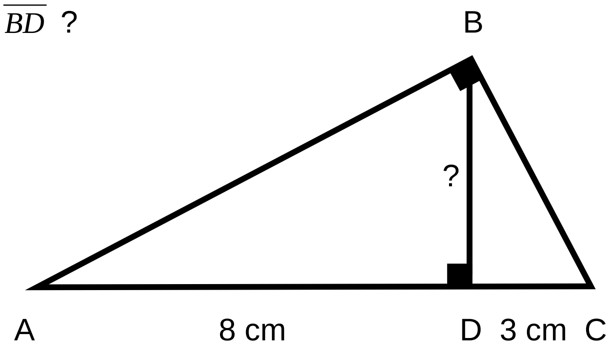
Réponse :________

2) Quelle est la mesure de $\overline{BC}$?



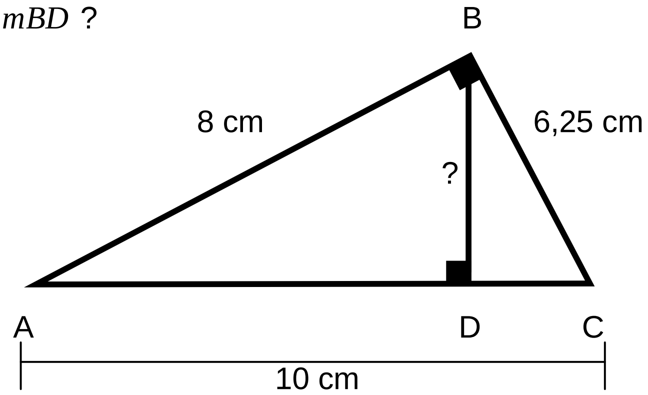
Réponse :________

3) Quelle est la mesure de $\overline{BD}$?



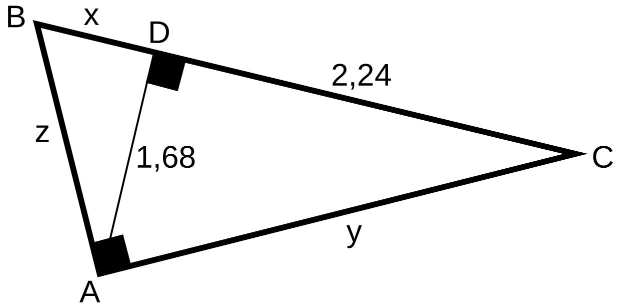
Réponse :________

4) Quelle est la mesure de $m\overline{BD}$?



Réponse :________

5. Trouve la valeur des inconnues.



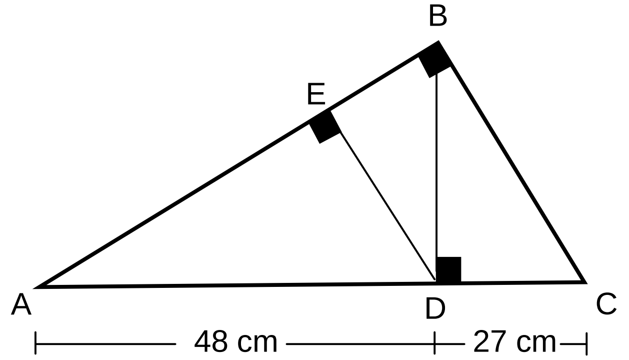
Démarche :

Réponse : x = __________ y = __________ z = __________

6. **Deux segments dans un triangle**

Dans la figure ci-dessous,

- le triangle ABC est rectangle en B,
- le segment BD est une hauteur du triangle ABC,
- $\overline{DE} \,//\, \overline{BC}$,
- $m\,\overline{AD}$ = 48 cm
- $m\,\overline{DC}$ = 27 cm



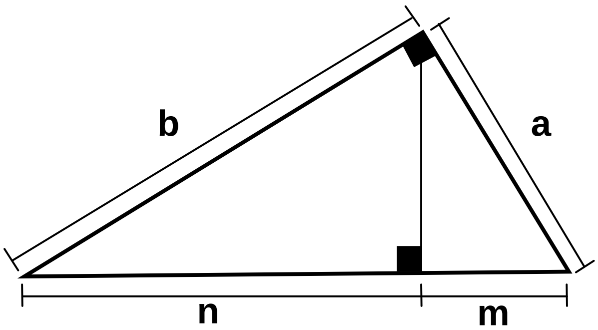
Quelle est la mesure du segment DE ?

Démarche :

Réponse : $m\overline{DE}$ = ________ cm

7. **Les côtés de l'angle droit**

Dans un triangle rectangle, la hauteur relative à l'hypoténuse partage celle-ci en deux segments mesurant respectivement m et n unités.



Lorsque la valeur de **n** est 3 fois celle de **m**, il existe une relation entre les mesures des cathètes de ce triangle.

Soit **a** : mesure de la cathète adjacente au segment mesurant **m** unités
b : mesure de la cathète adjacente au segment mesurant **n** unités

Formulez une conjecture quant à la valeur du rapport $\frac{\mathbf{b}}{\mathbf{a}}$ dans ce type de triangle.

Démarche :

Conjecture :

Dans un triangle rectangle, si la hauteur relative à l'hypoténuse détermine sur celle-ci 2 segments dont l'un est 3 fois plus long que l'autre, ______________________________

____

Trigonométrie

La **trigonométrie** nous permet de calculer la mesure des angles et des côtés inconnus d'un triangle à partir d'éléments (angles et/ou côtés) connus.

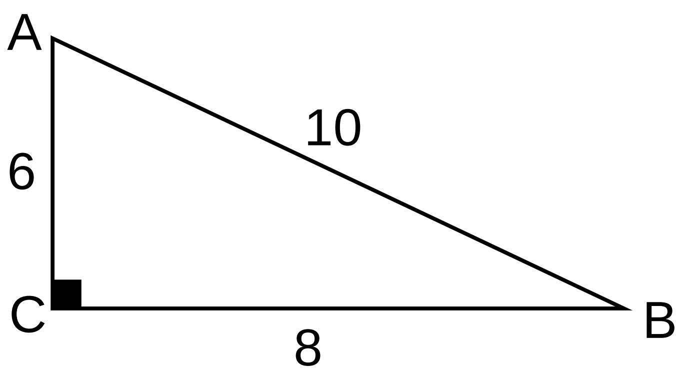
Rapports trigonométriques : rapports des mesures des côtés d'un **triangle rectangle.** Ils sont au nombre de trois et se définissent ainsi :

Sinus : mesure du **côté opposé** à un angle dans un triangle rectangle **divisée** par la mesure de **l'hypoténuse**.

$$\sin A = \frac{8}{10} = 0{,}8$$

$$\sin B = \frac{6}{10} = 0{,}6$$

$$\sin C = \frac{10}{10} = 1^{*}$$



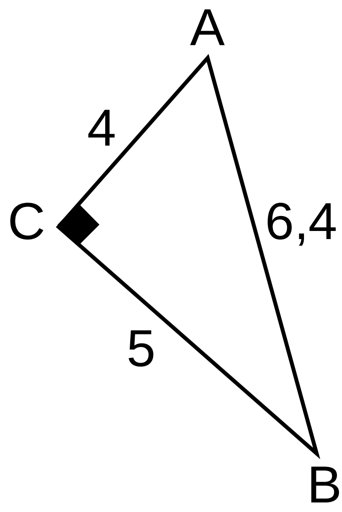
* Le sinus d'un angle de 90˚ = 1

Cosinus : mesure du **côté adjacent** à un angle aigu dans un triangle rectangle **divisée** par la mesure de **l'hypoténuse**.

$$\cos A = \frac{4}{6,4} = 0,625$$

$$\cos B = \frac{5}{6,4} = 0,7813$$

$$\cos C = 0$$ *



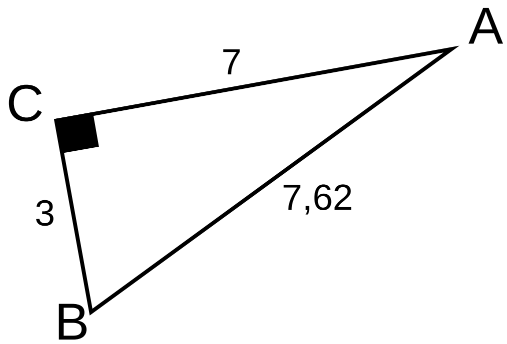
* Le cosinus d'un angle de 90˚ = 0

Tangente : mesure du **côté opposé** à un angle aigu dans un triangle rectangle **divisée** par la mesure du **côté adjacent** à cet angle aigu.

$$\tan A = \frac{3}{7} = 0,4286$$

$$\tan B = \frac{7}{3} = 2,3333$$

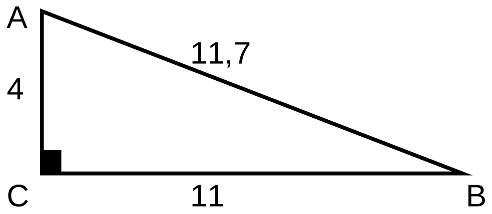
tan C : est non définie*



* La tangente d'un angle de 90˚ est non définie.

Exercices : **arrondis tes réponses au dix millièmes.**

Soit le triangle ABC rectangle en C.



a) Trouve le sinus des angles A et B.

sin A = $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ = $\boxed{}$ sin B = $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ = $\boxed{}$

b) Trouve le cosinus des angles A et B.

cos A = $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ = $\boxed{}$ cos B = $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ = $\boxed{}$

c) Trouve la tangente des angles A et B.

tan A = $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ = $\boxed{}$ tan B = $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ = $\boxed{}$

Propriétés importantes : Si **<u>m∠A + m∠B = 90°</u>**, alors **(∠A et ∠B sont complémentaires)**

sin A = cos B et **sin B = cos A**

tan A est l'inverse de tan B

tan A = $\frac{\sin A}{\cos A}$

Procédure pour mettre la calculatrice à affichage graphique en mode degré

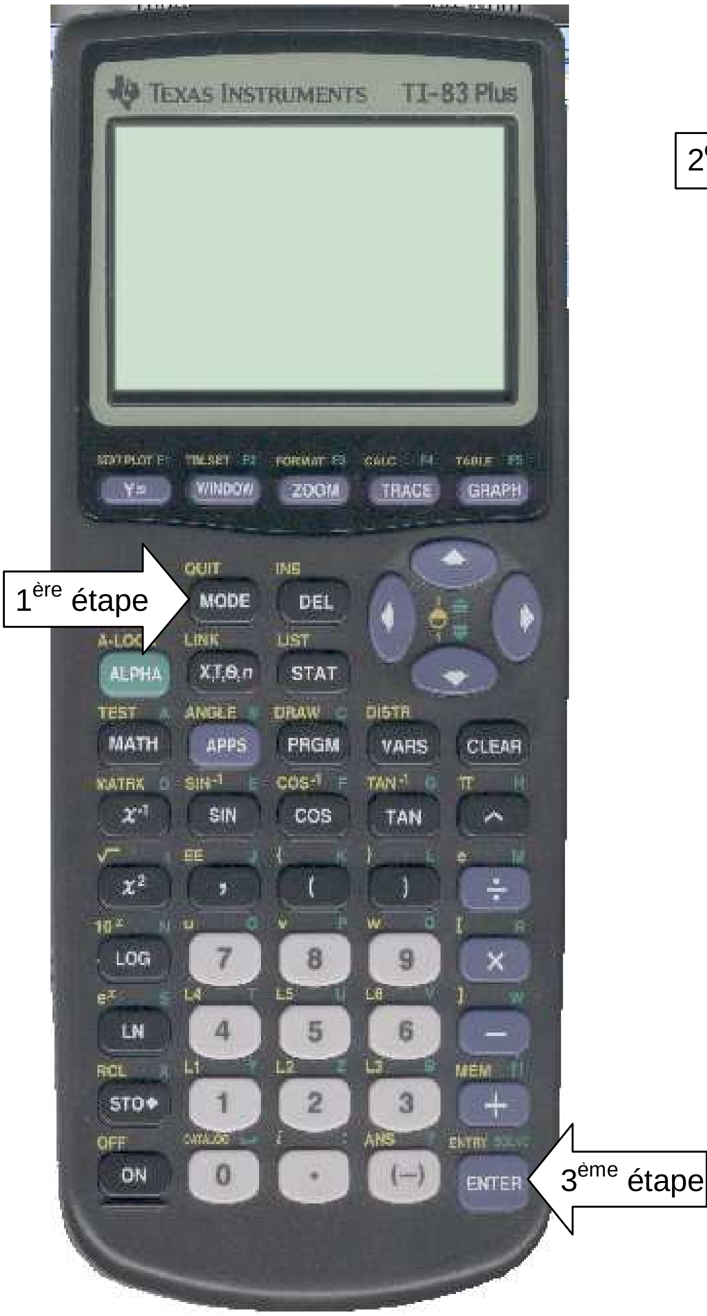
En trigonométrie, lorsque vous travaillez avec des angles qui sont mesurés en **degrés** (c'est le cas en 4ème secondaire), il faut absolument sélectionner le **mode degré** sur la calculatrice :

Pour les calculatrices à affichage graphique :

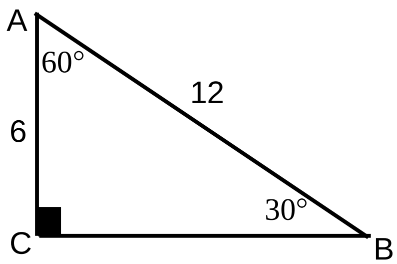
1ère étape : Appuyer sur la touche **MODE** pour mettre la calculatrice en **mode degré**.

2ème étape : Sélectionner l'option **DEGREE** en vous déplaçant, sur la 3ème ligne, avec les flèches.

3ème étape : Appuyer sur **ENTER** .



2ème étape



Il est possible de calculer **les rapports trigonométriques d'un angle** :

- En fonction de la mesure des côtés du triangle :

  sin B $= \dfrac{6}{12} = 0{,}5$

- En fonction de la mesure de cet angle :

  sin 30° = 0,5 (**utilise ta calculatrice**)

Méthode pour trouver la *mesure d'un côté* dans un triangle rectangle :

Nous devons connaître :

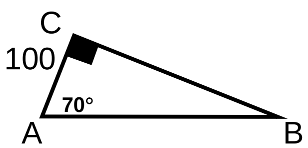
- la mesure d'un **angle aigu**
- la mesure d'un **côté**

Pour établir la **fonction trigonométrique** que nous utiliserons, nous devons nous poser les questions suivantes :

- Par rapport à l'angle aigu que je connais, quel côté je cherche ?
- Par rapport à l'angle aigu que je connais, quel côté je connais ?

Exemples: Trouve la mesure du côté $\overline{BC}$ de chacun des triangles rectangles suivants. **Arrondis tes réponses au centième près**.

a)



Par rapport à l'angle de **70°**:
- Je cherche le côté **opposé.**
- Je connais le côté **adjacent**

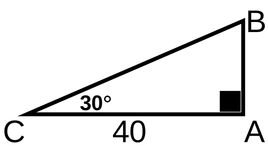
$$\frac{\boldsymbol{opposé}}{\boldsymbol{adjacent}} = \mathbf{tan\,70}$$

$$\tan(70^\circ) = \frac{m\overline{BC}}{100}$$

$$m\overline{BC} = 100 \times \tan 70^\circ$$

$$m\overline{BC} \approx 274{,}75\ unités$$

b)



Par rapport à l'angle de **30°**:
- Je cherche l'**hypoténuse**
- Je connais le côté **adjacent**

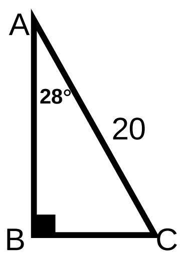
$$\frac{\boldsymbol{adjacent}}{\boldsymbol{hypoténuse}} = \mathbf{cos\,30}$$

$$\cos(30^\circ) = \frac{40}{m\overline{BC}}$$

$$m\overline{BC} = 40 \div \cos 30^\circ$$

$$m\overline{BC} \approx 46{,}19\ unités$$

c)



$$\sin(28^\circ) = \frac{m\overline{BC}}{20}$$

$$m\overline{BC} = 20 \times \sin 28^\circ$$

$$m\overline{BC} \approx 9{,}39\ unités$$

Par rapport à l'angle de **28°**:
- Je cherche le côté oppose
- Je connais l'**hypoténuse**

$$\frac{\boldsymbol{opposé}}{\boldsymbol{hypoténuse}} = \mathbf{sin\,28}$$

Méthode pour trouver la ***mesure d'un angle*** dans un triangle rectangle :

Nous devons connaître :

- la mesure de **2 côtés**

Pour établir la **fonction trigonométrique** que nous utiliserons, nous devons nous poser la question suivante :

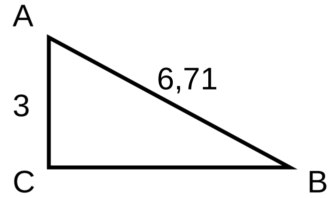
- Par rapport à l'angle que je cherche, quels côtés je connais ?

Comme nous cherchons la mesure d'un angle, nous devons effectuer, avec la calculatrice, une des séquences suivantes :

- $\boxed{2^{nd}}\boxed{\text{sin}}$ ou $\boxed{2^{nd}}\boxed{\text{cos}}$ ou $\boxed{2^{nd}}\boxed{\text{tan}}$

Exemples: Calcule la mesure de l'angle A dans les différents triangles en effectuant qu'un seul calcul. **Arrondis tes réponses au dixième près**.

a)

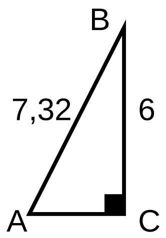


Par rapport à l'angle A, nous connaissons le **côté adjacent** et l'**hypoténuse.** Alors :

$m\angle A = \boxed{2^{nd}}\boxed{\text{cos}}(3 \div 6{,}71) = 63{,}4°$

$m\angle A = \cos^{-1}(\mathbf{3} \div 6{,}71) = 63{,}4°$

b)

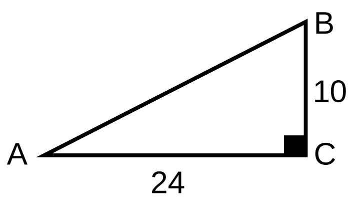


Par rapport à l'angle A, nous connaissons le **côté opposé** et l'**hypoténuse**. Alors :

$m\angle A = \boxed{2^{nd}}\boxed{\text{sin}}\ (6 \div 7{,}32) = 55{,}1°$

$m\angle A = \sin^{-1}(6 \div 7{,}32) = 55{,}1°$

c)



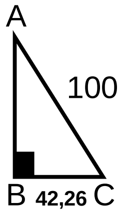
Par rapport à l'angle A, nous connaissons le **côté opposé** et le **côté adjacent**. Alors :

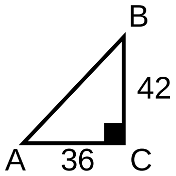
$m\angle A = \boxed{2^{nd}}\boxed{\text{tan}}\ (10 \div 24) = 22{,}6°$

$m\angle A = \tan^{-1}(10 \div 24) = 22{,}6°$

Exercices: Arrondis la mesure des **angles au dixième près** et la mesure des **côtés au centième près.** Les figures ne sont pas à l'échelle.

1. Détermine la mesure des angles inconnus et du côté inconnu dans les figures suivantes.

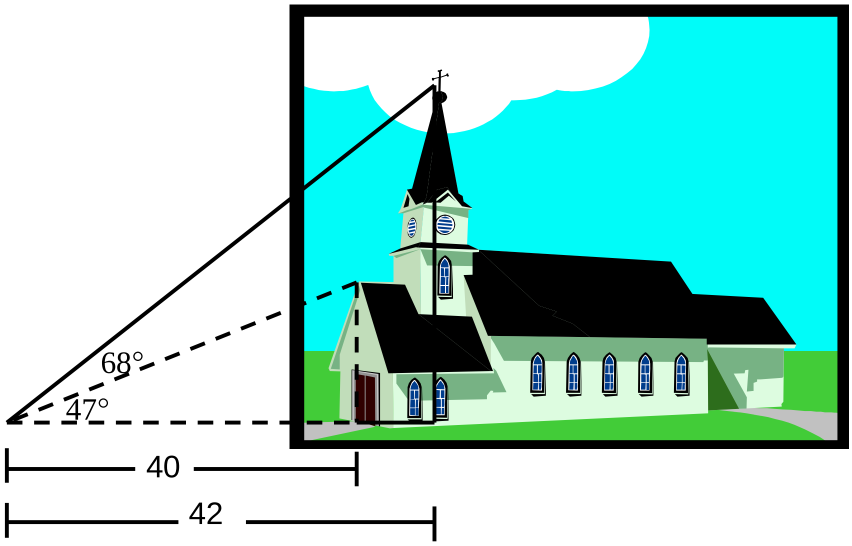
a) 

b) 

réponse :________

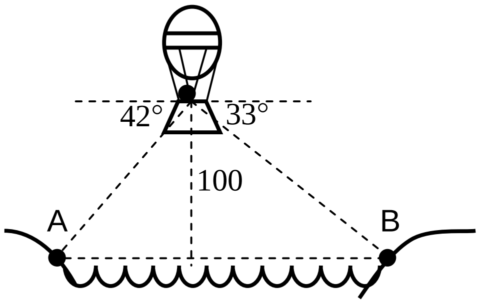
réponse :________

2. Quelle est la différence de hauteur entre le toit et le clocher.



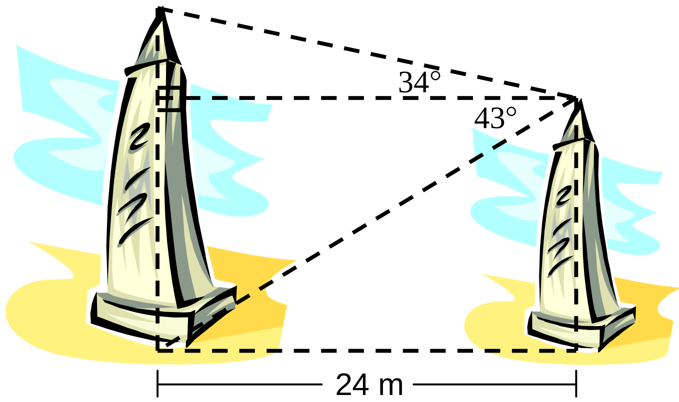
réponse :________

3. Trouve la largeur $\overline{AB}$ de la rivière.



réponse :________

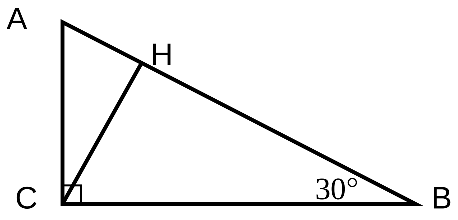
4. Trouve la hauteur des deux monuments historiques.



réponse :________________

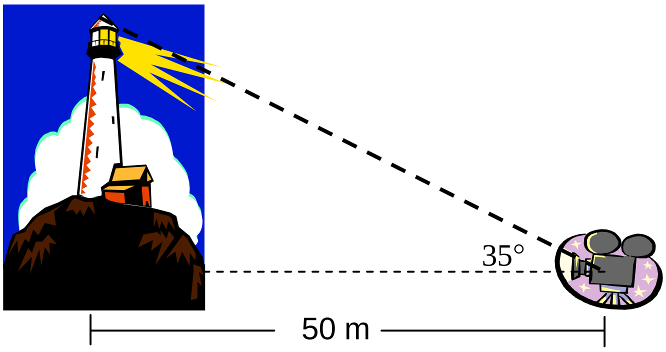
____

5. Une charpente $\overline{AB}$ mesurant 5,20 m fait un angle de 30° avec l'horizontale. Une poutre CH est nécessaire pour la soutenir. Quelle est la longueur de cette poutre ?



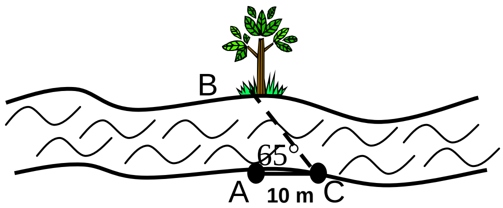
réponse :________________

6. Un phare est installé au-dessus d'une colline. Un photographe situé à 50 m du centre de la base de la colline mesure à l'aide d'un clinomètre l'angle d'élévation du sommet du phare. Il trouve que cet angle mesure 35°. Trouve la distance entre le sommet du phare et l'appareil du photographe pour qu'il ajuste le zoom avant de prendre une photo.



réponse :________________

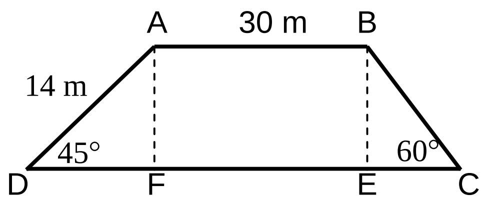
7. Pour mesurer la largeur d'une rivière, un campeur procède de la façon suivante : il place un piquet au point A vis-à-vis de l'arbre situé en B, de l'autre côté de la rivière. Il se déplace ensuite au point C situé à 10m du point A dans une direction perpendiculaire à celle de $\overline{AB}$. À l'aide d'un appareil de mesure, il observe que l'angle BCA mesure 65°. Quelle est la largeur de la rivière au niveau du point A ?



réponse :_______________

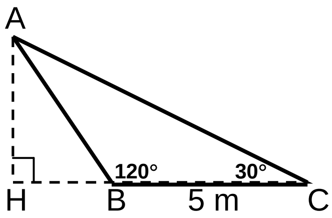
8. Un terrain a la forme d'un trapèze. Calcule la superficie de ce terrain.

$$A = \frac{(B+b)h}{2}$$



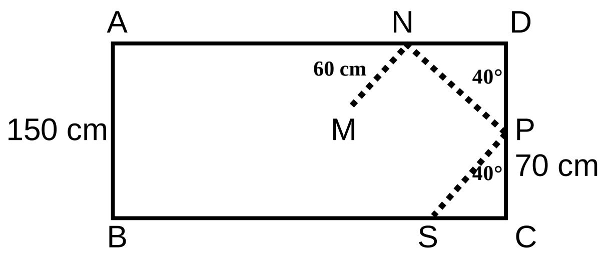
réponse :_______________

9. Calcule la hauteur $\overline{AH}$ du triangle ci-contre.



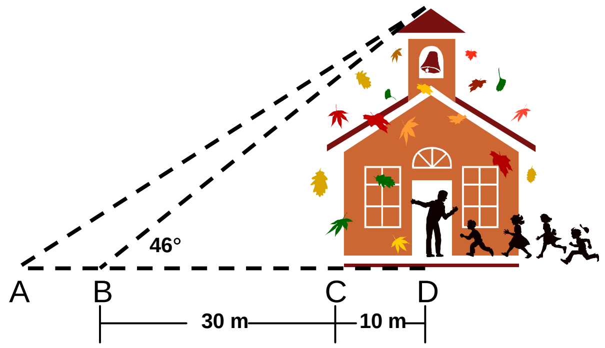
réponse :_______________

10. Au billard, une boule placée au point M effectue le trajet illustré jusqu'à s'immobiliser au point S. Quelle est la longueur du trajet si la distance $\overline{MN}$ est égale à 60 cm.



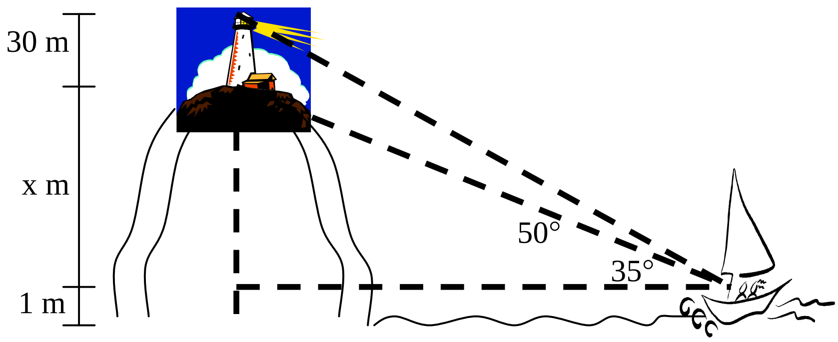
réponse :_______________

11. La partie ombrée $\overline{BC}$ adjacente à l'école mesure 30 m au moment où les rayons du soleil forment un angle de 46° avec l'horizontale. Quelle sera la longueur de la partie ombrée $\overline{AC}$ lorsque l'angle d'élévation du soleil aura diminué de 15° ?



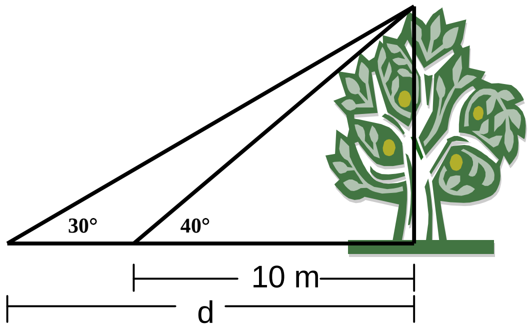
réponse :_______________

12. À l'aide d'un clinomètre, un observateur situé sur un bateau veut calculer la hauteur d'une falaise où surplombe un phare de 30 m de hauteur. Il obtient les mesures représentées sur la figure ci-dessous. Quelle est la hauteur de la falaise ?



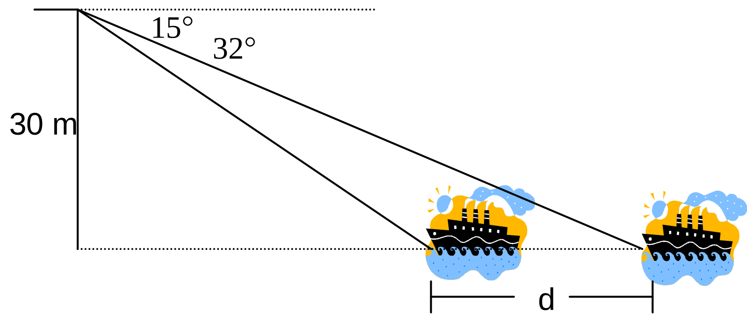
réponse :_______________

13. Un marcheur observe la cime d'un arbre avec un angle de 40°. Se reculant de quelques pas, il observe à nouveau la cime avec un angle de 30°. À quelle distance de l'arbre se situe-t-il s'il était en premier lieu à 10 mètres de l'arbre ?



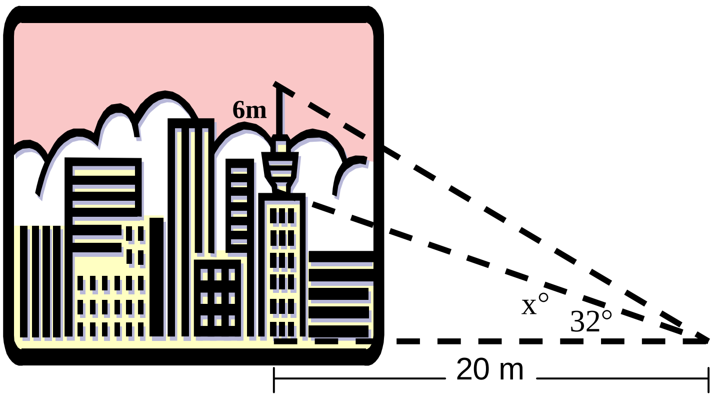
réponse :_______________

14. Jean observe, du haut d'un pont de 30 m, sous un angle de dépression de 15°, un bateau. Un instant plus tard il observe le même bateau sous un angle de 32°. Trouve la distance que le bateau a parcourue.



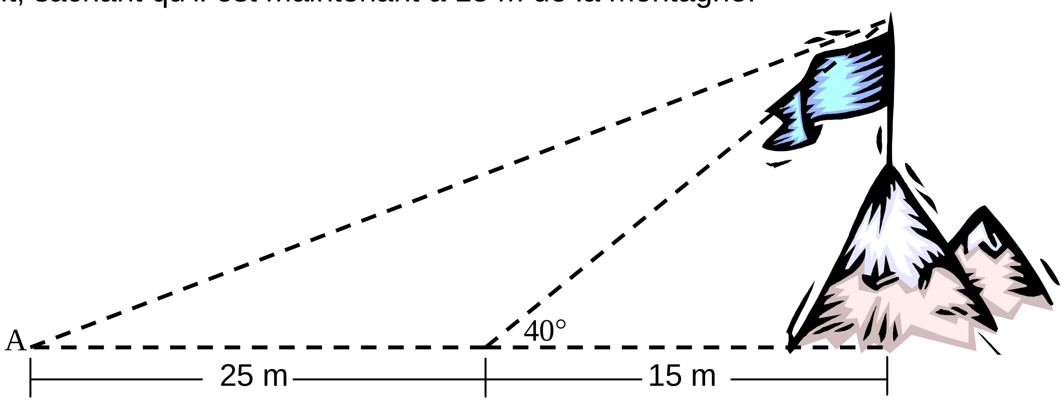
réponse :_______________

15. Une antenne décore le toit d'un édifice. À 20 m de cet édifice, Anne examine le toit avec un angle d'élévation de 32°. Avec quel angle verra-t-elle la cime de cette antenne haute de 6 m ?



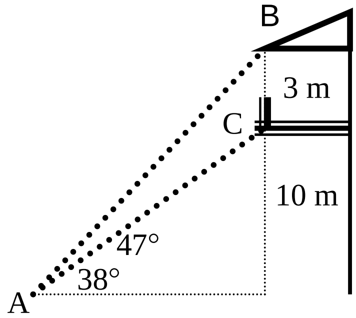
réponse :_______________

16. Un guide voit, à 40 m d'une montagne, le haut de celle-ci. Se rapprochant un peu, avec un angle de 40°, il y distingue un drapeau. Trouve la mesure de l'angle d'observation (∠A) du premier endroit, sachant qu'il est maintenant à 15 m de la montagne.



réponse :_______________

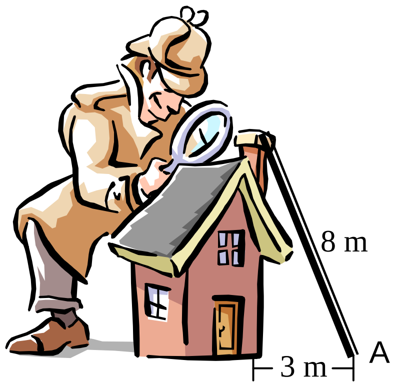
17. Un balcon est aperçu avec un angle de 38°. Par contre sa toiture est vue avec un angle de 47°. Le balcon et sa toiture sont situés respectivement à 10 m et à 13 m du sol. Quelles mesures devront avoir les banderoles d'anniversaire qui sont représentées par les segments $\overline{AB}$ et $\overline{AC}$ sur le schéma ci-dessous.



réponse :________________

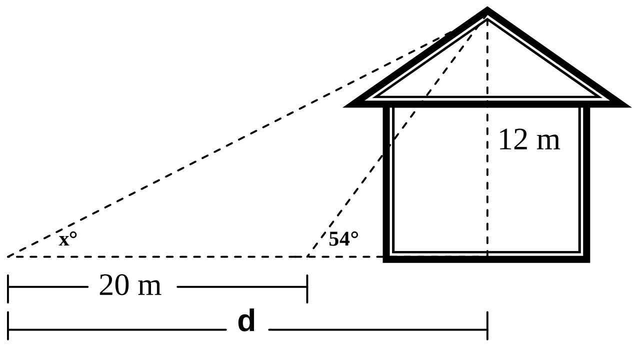
____

18. Un inspecteur en bâtiment se demande si l'angle formé entre le sol et l'échelle qu'un homme utilise pour ramoner la cheminé est inférieur à 75°. Pour répondre à sa question, calcule la mesure de l'angle A, sachant que l'échelle mesure 8 m et que le pied de celle-ci est à 3 m de la maison



réponse :________________

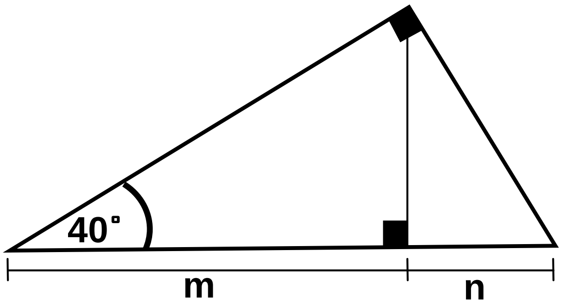
19. Un passant voit le toit d'une maison avec un angle de 54°. Se reculant de 20 m, il voit le sommet du toit avec un angle de **x**°. Si le sommet est à une hauteur de 12 m du sol, trouve la distance **d** et l'angle **x.**



réponse :_______________

20. **Hauteur relative à l'hypoténuse**

Dans un triangle rectangle ayant un angle de 40˚, la hauteur relative à l'hypoténuse partage celle-ci en deux segments mesurant respectivement m et n unités, où **m** $>$ **n** .



On sait que la valeur du rapport $\frac{m}{n}$ est supérieure à 1.

Formulez une conjecture précisant la valeur du rapport $\frac{m}{n}$ dans ce type de triangle.

Démarche:

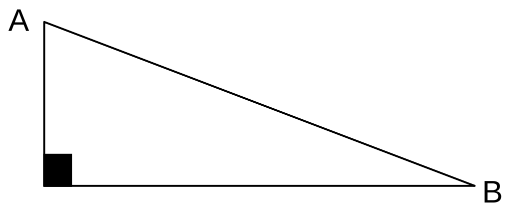
Conjecture:

Dans un triangle rectangle ayant un angle de 40˚, la hauteur relative à l'hypoténuse partage celle-ci en deux segments mesurant respectivement m et n unités, où **m** $>$ **n** .

La valeur du rapport $\frac{m}{n}$ est de ______ dans ce type de triangle.

21. **Des angles complémentaires**

Deux angles sont complémentaires si la somme de leurs mesures est de 90˚.



On sait que **A** est un angle aigu et que **B** est son angle complémentaire.

Quel est le lien entre la valeur du sinus d'un angle aigu et la valeur du cosinus de son angle complémentaire?

Démarche:

Réponse :

___

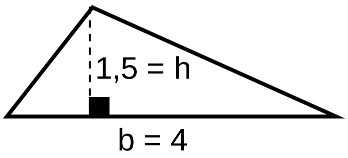
___

Aire des triangles

Nous pouvons utiliser 3 formules pour calculer l'aire des triangles :

1) $\boxed{A = \dfrac{b \bullet h}{2}}$ si on connaît : **une base** et **la hauteur** relative à cette base.

Ex :



$$A = \frac{b \bullet h}{2}$$

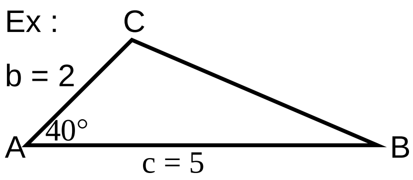
$$A = \frac{4 \bullet 1{,}5}{2}$$

$$A = 3$$

réponse : 3 unités carrées

2) $\boxed{A = \dfrac{b \bullet c \bullet \sin A}{2}}$ si on connaît : **un angle** et **les côtés qui le forment**.

Ex :



$$A = \frac{b \bullet c \bullet \sin A}{2}$$

$$A = \frac{2 \bullet 5 \bullet \sin 40°}{2} = 3{,}21$$

réponse : 3,21 unités carrées

3) **Formule de Héron** :

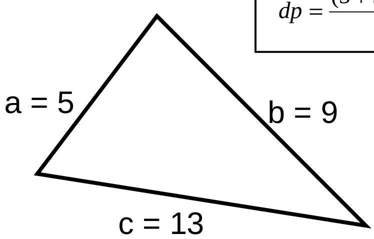
$$\boxed{A = \sqrt{\left(dp \bullet (dp - a) \bullet (dp - b) \bullet (dp - c)\right)}}$$

: où **demi-périmètre :** $dp = \dfrac{(a + b + c)}{2}$

si on connaît : **les 3 côtés**

Exemples :

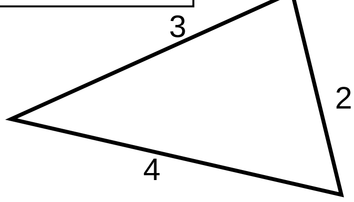
$$dp = \frac{(5 + 9 + 13)}{2} = 13{,}5$$



$$A = \sqrt{\left(13{,}5 \bullet (13{,}5 - 5) \bullet (13{,}5 - 9) \bullet (13{,}5 - 13)\right)}$$

A = 16,07 unités carrées

$$dp = \frac{(3 + 2 + 4)}{2} = 4{,}5$$



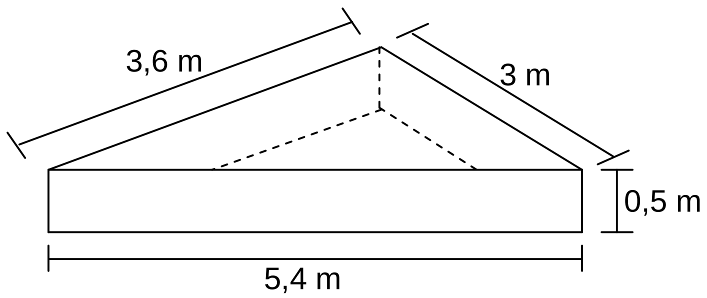
$$A = \sqrt{\left(4{,}5 \bullet (4{,}5 - 3) \bullet (4{,}5 - 2) \bullet (4{,}5 - 4)\right)}$$

A = 2,90 unités carrées

Exercice :

1. **Les plans de légumes**

   Luce veut acheter de la terre pour remplir une boîte afin d'y semer des légumes. La boîte a la forme d'un prisme droit à base triangulaire. Les côtés de la base mesure respectivement 3,6 m, 3 m et 5,4 m. La hauteur de la boîte est de 0,5 m.



   La quantité de terre qu'il faut mettre dans la boîte correspond à 90% de sa capacité. Le coût de la terre est de 20$ par m^3.

   Quel est le coût de l'achat de la terre ?

   Démarche :

   Réponse : __________ $

Résolution de triangles quelconques

Puisque nous n'avons pas toujours des triangles rectangles, nous devons utiliser d'autres stratégies :

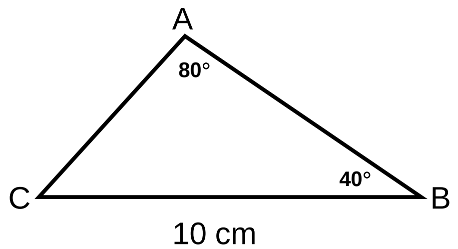
Loi des Sinus

$$\boxed{\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}}$$

Cette loi est utilisable dès que l'on connaît les mesures :

d'un angle avec son côté opposé et **un autre élément** (angle ou côté) dans un triangle.

Exemple$_1$: Trouve les éléments inconnus du ΔABC ou résous le ΔABC.



1)
$$\frac{10}{\sin 80}=\frac{m\overline{AC}}{\sin 40}$$
$$m\overline{AC} = 10\times \sin(40) \div \sin(80)$$
$$m\overline{AC} = 6{,}53 \text{ unités}$$

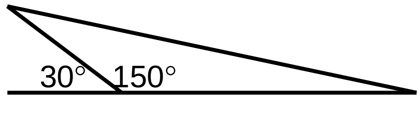
2) m $\angle$C = 180°- 80°- 40°

m $\angle$C = 60°

3)
$$\frac{10}{\sin 80}=\frac{m\overline{AB}}{\sin 60}$$
$$m\overline{AB} = 10\times \sin(60) \div \sin(80)$$
$$m\overline{AB} = 8{,}79 \text{ unités}$$

Attention : $\boxed{\sin A° = \sin (180 – A)°}$

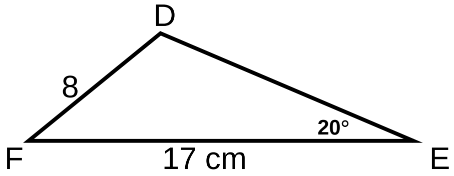
sin 30° = sin 150°



La calculatrice calcule seulement la mesure des angles aigus avec la fonction : $\boxed{2^{nd}}$ $\boxed{\text{sin}}$.

Si nous voulons la mesure d'un **angle obtus**, nous devons chercher **l'angle supplémentaire à l'angle obtenu avec la calculatrice**.

Exemple$_2$: Trouve les éléments inconnus du ΔDEF ou résous le ΔDEF.
(**attention ∠D est obtus**)



1)
$$\frac{8}{\sin 20} = \frac{17}{\sin \angle D}$$

$m\angle\mathbf{D} = \sin^{-1}(\sin(20) \times 17 \div 8)$

$m\angle\mathbf{D} = 46{,}6^\circ$ **comme ∠D est obtus**

alors $m\angle\mathbf{D} = 180^\circ - 46{,}6^\circ = 133{,}4^\circ$

$\underline{m\angle\mathbf{D} = 133{,}4^\circ}$

2) m ∠F = 180˚- 20˚- 133,4˚

<u>m ∠F= 26,6˚</u>

3)
$$\frac{8}{\sin 20} = \frac{m\overline{DE}}{\sin 26{,}6}$$

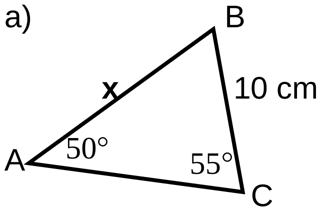
$m\overline{DE} = 8 \times \sin(26{,}6) \div \sin(20)$

$\underline{m\overline{DE} = 10{,}47 \text{ cm}}$

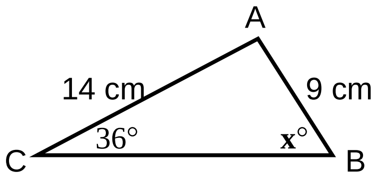
Exercices: Arrondis la mesure des **angles au dixième près** et la mesure des **côtés au centième près.** Les figures ne sont pas à l'échelle.

1. Trouve la valeur de **x**.

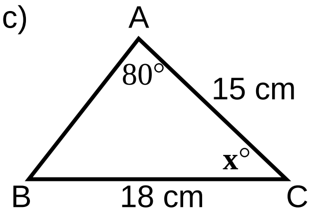
a)



b)

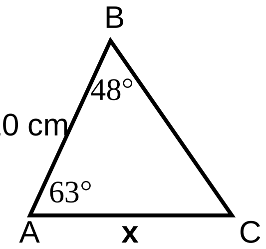


c)

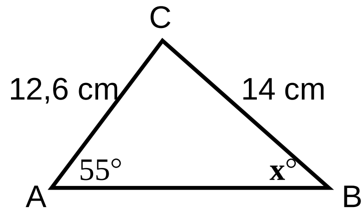


______ ______ ______

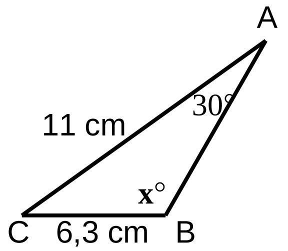
d)



e)

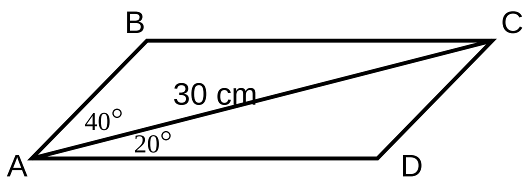


f)



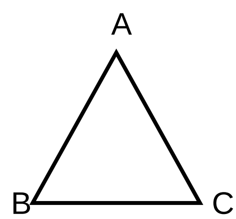
_____ _____ _____

2. Soit un parallélogramme ABCD dont la grande diagonale $\overline{AC}$ mesure 30 cm. Cette diagonale partage les angles A et C en deux angles de 20° et 40°. Quelle est la mesure de $\overline{AB}$ et de $\overline{BC}$?



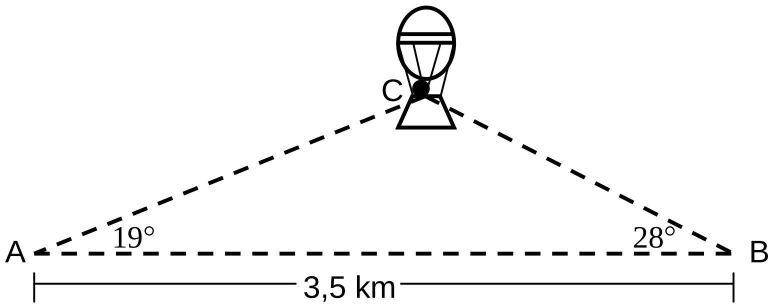
m $\overline{AB}$ _____cm et m $\overline{BC}$ _____cm

3. Le triangle ABC est isocèle, m $\overline{BC}$ = 15 cm et m∠A = 40°. Quelle est la mesure des côtés congrus $\overline{AB}$ et $\overline{AC}$?



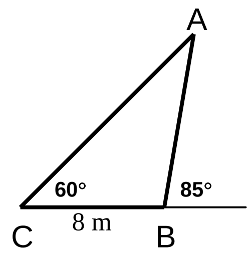
Réponse : _____ cm

4. Deux personnes se trouvent respectivement aux points A et B, à une distance de 3,5 km. Elles observent une montgolfière. Du point A, l'angle d'élévation est de 19°, au même instant, l'angle d'élévation du point B est de 28°. À quelle distance de la montgolfière est située chacune de ces personne (m $\overline{AC}$ et m $\overline{BC}$) ?



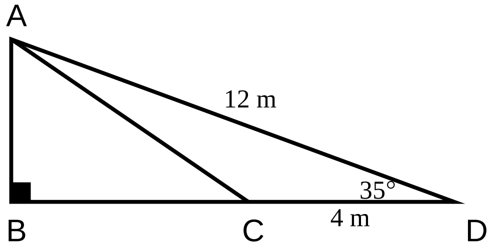
m $\overline{AC}$ = ________km m $\overline{BC}$ = ________km

5. L'angle d'élévation du sommet d'une falaise est de 60° lorsqu'on est situé au point C. Si l'angle d'inclinaison de la falaise est de 85° et que le point C est situé à 8 mètres de la base de la falaise, trouve la longueur (m $\overline{AB}$) de la falaise.



m $\overline{AB}$ = ______ m

6. Un câble ($\overline{AD}$), d'une longueur de 12 mètres, fait un angle de 35° avec le sol. Si on rapprochait le point d'ancrage de 4 mètres, en direction du poteau, et qu'on le fixait au point C, quelle serait :



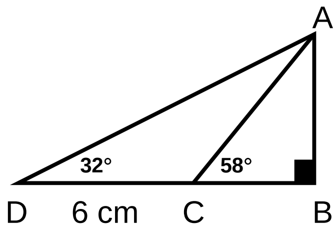
a) la hauteur du poteau $\overline{AB}$?

b) la longueur du câble $\overline{AC}$?

m $\overline{AB}$ = ______ m

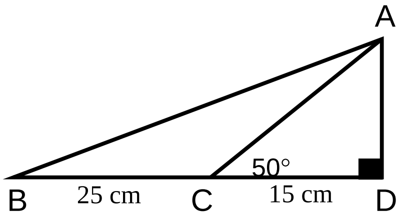
m $\overline{AC}$ = ______ m

7. Évalue, la mesure de $\overline{AB}$, si la mesure de $\overline{DC}$ = 6 cm



$m\overline{AB} =$ _____ cm

8. Dans le triangle ABD, évalue:



a) m $\overline{AC}$

m $\overline{AC}$ =_____cm

b) m $\overline{AB}$

m $\overline{AB}$ =_____cm

Réponses

Pages 2 - 3

1. 20,62 cm
2. $m\overline{AC} = 384{,}19\ cm$ $\qquad m\overline{BC} = 323{,}11\ cm$
3. 54,54 cm^2

Pages 4 – 5

1. 2,26 m
2. 3,87 m
3. 30 cm^2
4. 13,47 unités

Pages 7 - 8

1. 1,26 m
2. 8,49 unités

3. 1) Si $\overline{RM}$ est une médiane issue de l'angle droit
   alors $m\overline{TM}$ = $m\overline{MS}$ = $m\overline{RM} = 8{,}5$ et $\boldsymbol{m\overline{ST} = 17}$
   2) mais $\boldsymbol{m\overline{ST} = 14{,}42}$ Relation de Pythagore
   réponse : non

4. 12,12 cm

Pages 12 à 16

1. 6,4 cm
2. 7,21 cm
3. 4,90 cm
4. 5 cm
5. x = 1,26 y = 2,8 z = 2,1

6. $m\overline{BD}^2 = 27 \times 48$ Dans un triangle rectangle, la mesure de la hauteur issue du sommet
$m\overline{BD}^2 = 1\,296$ de l'angle droit est moyenne proportionnelle entre les mesures des
$m\overline{BD} \quad = 36$ deux segments qu'elle détermine sur l'hypoténuse.

$m\overline{AB}^2 = 48 \times 75$ Dans un triangle rectangle, la mesure de chaque côté de l'angle droit
$m\overline{AB}^2 = 3600$ est moyenne proportionnelle entre la mesure de sa projection sur
$m\overline{AB} \quad = 60$ l'hypoténuse et celle de l'hypoténuse entière.

$60 \times m\overline{DE} = 36 \times 48$ Dans un triangle rectangle, le produit des mesures de l'hypoténuse
$\boldsymbol{m\overline{DE} = 28{,}8}$ et de la hauteur correspondante égale le produit des mesures des
côtés de l'angle droit.

7. Premier exemple :

Supposons que $m = 5$. Alors $n = 3m$

$n = 3 \times 5$

$n = 15$

Dans un triangle rectangle, la mesure de chaque côté de l'angle droit est moyenne proportionnelle entre la mesure de sa projection sur l'hypoténuse et celle de l'hypoténuse entière

Valeur de a

$a^2 = 5(m+n)$
$a^2 = 5 \times (5+15)$
$a^2 = 5 \times 20$
$a^2 = 100$
$a = \sqrt{100}$
$a = 10 \ldots\ldots$

Valeur de b

$b^2 = 15(m+n)$
$b^2 = 15 \times (5+15)$
$b^2 = 15 \times 20$
$b^2 = 300$
$b = \sqrt{300}$
$b = 17{,}32 \ldots\ldots$

Valeur de $\frac{\mathbf{b}}{\mathbf{a}} = \frac{\mathbf{17{,}32}}{\mathbf{10}}$

$\frac{\mathbf{b}}{\mathbf{a}} = \mathbf{1{,}732}$

Deuxième exemple :

Supposons que $m = 6$. Alors $n = 3m$

$n = 3 \times 6$

$n = 18$

Valeur de a

$a^2 = m(m+n)$
$a^2 = 6 \times (6+18)$
$a^2 = 6 \times 24$
$a^2 = 144$
$a = \sqrt{144}$
$a = 12$

Valeur de b

$b^2 = n(m+n)$
$b^2 = 18 \times (6+18)$
$b^2 = 18 \times 24$
$b^2 = 432$
$b = \sqrt{432}$
$b = 20{,}784\,6 \ldots\ldots$

Valeur de $\frac{\mathbf{b}}{\mathbf{a}} = \frac{\mathbf{20{,}784\,6}}{\mathbf{12}}$

$\frac{\mathbf{b}}{\mathbf{a}} = \mathbf{1{,}732}$

Conjecture :

Dans un triangle rectangle, si la hauteur relative à l'hypoténuse détermine sur celle-ci 2 segments dont l'un est 3 fois plus long que l'autre, **le rapport des mesures des cathètes de ce triangle est égale à 1,732 .**

ou

une cathète est 1,732 fois plus longue que l'autre.

Page 19

a) Trouve le sinus des angles A et B.

$\sin A = \boxed{\frac{12}{13}} = \boxed{0{,}92}$ $\sin B = \boxed{\frac{5}{13}} = \boxed{0{,}38}$

b) Trouve le cosinus des angles A et B.

$\cos A = \boxed{\frac{5}{13}} = \boxed{0{,}38}$ $\cos B = \boxed{\frac{12}{13}} = \boxed{0{,}92}$

c) Trouve la tangente des angles A et B.

$\tan A = \boxed{\frac{12}{5}} = \boxed{2{,}4}$ $\tan B = \boxed{\frac{5}{12}} = \boxed{0{,}42}$

Page 22

a) 63,4˚

b) 55,1˚

c) 22,6˚

Pages 23 à 34

1. a) 90,63 b) 55,32
2. 61,06
3. 265,05
4. 22,38 m et 38,57 m
5. 2,25 m
6. 61,04 m
7. 21,45 m
8. 374,32 m^2
9. 4,33 m
10. 255,81 cm
11. 58,93 m
12. 43,86 m
13. 14,53 m
14. 63,95 m
15. 42,8˚
16. 17,5˚
17. 16,24 m et 17,78 m

18. mesure de l'angle A = 68˚ et 68˚ est inférieur à 75˚
19. 28,72 m et 22,7˚

20. **Hauteur relative à l'hypoténuse**

Posons m = 22

Valeur de h	**Valeur de n**	**Valeur du rapport**
$\tan 40° = \frac{h}{m}$ $\tan 40° = \frac{h}{22}$ $22 \times \tan 40° = h$ **18,460 2**= h	$\tan 50° = \frac{h}{n}$ $n = \frac{h}{\tan 50°}$ $n = \frac{\mathbf{18{,}4602}}{\tan 50°}$ $n = 15{,}49$	$\frac{m}{n} = \frac{22}{15{,}49} = \mathbf{1,42}$

Posons m = 15

Valeur de h	**Valeur de n**	**Valeur du rapport**
$\tan 40° = \frac{h}{m}$ $\tan 40° = \frac{h}{15}$ $15 \times \tan 40° = h$ **12,59** = h	$\tan 50° = \frac{h}{n}$ $n = \frac{h}{\tan 50°}$ $n = \frac{\mathbf{12{,}59}}{\tan 50°}$ $n = 10{,}56$	$\frac{m}{n} = \frac{15}{10{,}56} = \mathbf{1,42}$

Conjecture:

Dans un triangle rectangle ayant un angle de 40˚, la hauteur relative à l'hypoténuse partage celle-ci en deux segments mesurant respectivement m et n unites, où **m** > **n** .

La valeur du rapport $\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{n}}$ est de __**1,42**___ dans ce type de triangle.

21. Des angles complémentaires

Exemple d'un raisonnement approprié

Mesure de l'angle **A** **angle aigu**	Mesure de l'angle **B** **son angle complémentaire**	Sinus de l'angle A **Sin A**	Cosinus de l'angle B **Cos B**	conclusion
20˚	70˚	Sin 20˚= 0,3420	Cos 70˚= 0,3420	***Sin A = Cos B*** Si ***A*** et ***B*** sont ***complémentaires***
30˚	60˚	Sin 30˚= 0,5	Cos 60˚= 0,5	
40˚	50˚	Sin 40˚= 0,6428	Cos 50˚= 0,6428	

Réponse :

La valeur du sinus d'un angle aigu est égale à la valeur du cosinus de son angle complémentaire.

Page 36

1) **Les plans de légumes**

$dp = \frac{(3,6+3+5,4)}{2} = \frac{12}{2} = 6$ Demi périmètre

$\sqrt{(6(6-3,6)(6-3)(6-5,4))} = 5,09\ m^2$ Formule de Héron

Aire de la base triangulaire

$\frac{90}{100} \times 0,5 = 0,45\ m$ la boîte est remplie à 90% de sa capacité

$v = 5,09 \times 0,45 = 2,2905\ m^3$ Quantité de terre

$20\ {}^{\$}/_{m^3} \times 2,2905\ m^3 = 45,81\ \$$ Coût

Réponse : 45,81 $

Pages 38 à 42

1. a) 10,69 cm b) 66,1˚ c) 44,8˚

   d) 15,92 cm e) 47,5˚ f) 119,2˚

2. $m\overline{AB} = 11{,}85\ cm$ $m\overline{BC} = 22{,}27\ cm$
3. 21,93 cm
4. $m\overline{AC} = 2{,}25\ km$ $m\overline{BC} = 1{,}56\ km$
5. $m\overline{AB} = 16{,}39\ m$
6. $m\overline{AB} = 6{,}88\ m$ $m\overline{AC} = 9{,}02\ m$
7. $m\overline{AB} = 6{,}15\ cm$
8. $m\overline{AC} = 23{,}34\ cm$ $m\overline{AB} = 43{,}81\ cm$